Opera hactenus inedita Rogeri Baconi

Fasc. XVI

COMMUNIA MATHEMATICA FRATRIS ROGERI

PARTES PRIMA ET SECUNDA

NUNC PRIMUM EDIDIT

ROBERT STEELE

HON. D.LITT. DURHAM; CORRESPONDING FELLOW, MEDIAEVAL ACADEMY OF AMERICA

OXONII

E TYPOGRAPHEO CLARENDONIANO

LONDONI: APUD HUMPHREDUM MILFORD

MCMXL

PRINTED IN GREAT BRITAIN

CONTENTS

INTRODUCTION

LIKE the *Communia Naturalia*, the *Communia Mathematica* is an assembled work in the condition in which it has reached us. Large parts of both works had taken their primary form when the *Opus Majus* was hurriedly completed; and after Bacon had elaborated his scheme of a four-volume encyclopedia of the scientific foundations of knowledge, they were furnished with new and extended introductions. As was shown in the introduction to fasc. III the assembler of the *Naturalia* must have had before him authentic Bacon manuscripts which he discarded, and he included two astronomical treatises covering the same ground from different standpoints. The *Communia Mathematica* as here printed is made up of an introductory part (pp. 1–70), an overlapping section (pp. 71–93), and the earlier form (pp. 71–155). The remainder of this earlier form is held over for the final fascicule.

The manuscripts of these works date from the earlier years of the fifteenth century. One of them S (Sloane MS. 2156) is dated 1428, the Digby manuscript D (Bodl. Digby 76) probably a little earlier. At p. 144 another hand begins after a blank page in the manuscript (f. 64 b).

The introductory chapters, dealing with the general aspects of Mathematics in relation to the other branches of science, include references to his Greek Grammar and his Metaphysics as being works in existence. If, however, his statement as to the connexion of the words Mathematics or Mathesis with *μάντις* and *μαντεία* ever appeared in it, the error was certainly corrected before his grammar took its final form, while his Metaphysics could only have existed in outline as a whole, though considerable sections such as the *de Multiplicatione Specierum* printed with the *Opus Majus* were completed. Bacon's habit of fortifying his case with citations, as shown here at some length, has been spoken of as a parade of learning, but Cassiodorus, Isidore, and Boethius were not

'learning' in those days; they were everyday text-books, and Bacon may be pardoned for thinking that when a thing has once been well said, there is no object in trying to say it in other words. Much of the first part of the work dealing with the utility of Mathematics in all other branches of science may be compared with the earlier chapters of Book IV of the *Opus Majus*, first printed by Combach in 1614 under the title of *Specula Mathematica.*

For the modern reader the main interest of this work lies in three directions; (1) in the amount of mathematical literature and teaching available to the student in the third quarter of the thirteenth century, (2) in Bacon's attitude to the teaching of Boethius, (3) in his attitude to Euclid's teaching in the version known to him, and to the history of that version.

Bacon cites the names of a number of authors and their works in several chapters; for example, in writing of Geometry he mentions (p. 42) Euclid *de Datis*, Theodosius *de Speris*, and others; (p. 44) the *de Isoperimetris*, the *de Replentibus Locum*, the *de Curvis Superficiebus* of Archimides, Vitruvius *de Architectura*, and the *de Conductibus Aquarum*, together with the *Liber Trium Fratrum*. Elsewhere (p. 38) he cites the spurious fourteenth book of Euclid and his *de Spheris*.

Later works from Arabic sources were the *Algorisms*, *Algebra*, *Almagabale*, the *liber Abaci* of Bernelinus, the *Regula de Abaco Computi*, and the *Libellus de Numerorum Divisione* of Gerbert, the latter written when he was a teacher (G. Scolasticus); the *Almagest* and its successors, the works of the Magistri Probacionis and other writers on Astrology; Thebit *de Figura Alcbata* in the translation of Gerard of Cremona, *de Perspectiva* which may mean in Bacon's writings either Ptolemy's *Optics*, Euclid, Alhazen *de Aspectu*, Alkindi *de Aspectu*, the *de Visu*, the *de Speculis*, (Catoptrica), Tideus *in Libro Aspectuum*, or his own treatise. Apollonius, Themistius, and Varro are also referred to, together with a number of authors whose connexion with mathematical subjects is remote. Whether all these authors were available to the general body of students is perhaps

doubtful; on the other hand, we have to remember the large sums paid by Bacon in collecting manuscripts over many years, and that they were in existence either as early manuscripts or as translations from the Arabic at his time.

Boethius moulded, if he did not dominate, the scientific thought of the early Middle Ages up to the complete victory of the Aristotelian physics. His system of numerical proportions and *medietates* was ultimately designed to assist in the comprehension of the Platonic conceptions in the latter part of the *Timaeus* and of the *Republic*—in short, of 'God as the arithmetician' to use modern scientific slang. Early in the thirteenth century Jordanus Nemorariensis undertook to recast his theory of Arithmetic in ten books, each containing a number of definite propositions. His work was edited by J. le Fèvre of Étaples (Faber Stapulensis) and printed at Paris in 1514 by Stephanus with notes and a useful table of correspondence with the text of Boethius, which has eliminated the need of giving detailed references to the quotations from Jordanus by Bacon. Le Fèvre in another connexion has rendered service to medieval students by printing the text of an undescribed version from the Greek of the *Topica* and *Sophistici Elenchi* in *Logica Aristotelis*, Lyons, 1509.

Bacon has followed Boethius very closely—not always in the main order of his argument, e.g. he puts geometric progression before arithmetical, but in close agreement with his thought. Indeed, he sometimes elaborates his details, as in the ratios of two numbers, which he distinguishes very minutely in accordance with his own principle that unless a thing has a name and a definition it cannot be the subject of reasoning. Bacon evidently hoped that by his methods he would throw light on the mysteries of the Christian faith (p. 144–5) as Boethius had hoped to solve the Platonic riddles. The Abacus of Gerbert (and of Bacon) was that attributed to Boethius (figured by Friedlein) but no doubt of much later introduction.

The text of Euclid used by Bacon was that 'ab Euclide in arabico composita et ab Adhelardo Bathoniensi in latinum

transumpta'. This text has never been printed, and though comparatively many manuscripts are known, they differ widely from each other. His translation dates from the end of the first quarter of the twelfth century and abridgements containing only the enunciations are the form of his translation more usually met with. The Digby manuscript 174, f. 99, from the prologue of which the remark quoted above is taken, contains demonstrations only with the diagrams—the enunciations being usually represented by their first few words. But no general statement as to this version can be made until a list of the manuscripts has been drawn up, and at least their chief variants studied. A text which has been copied and recopied for over a century and a quarter for use by students, especially towards the end of the twelfth century when Gerard of Cremona translated the version of Euclid edited by Thebit (Thabit ben Qurra), must inevitably have suffered considerable change. In the third quarter of the thirteenth century another version of Euclid by Campanus of Novara appeared, and this version became the standard text up to and long after the end of the Middle Ages. It has often been said that Campanus took over the work of Adhelard without acknowledgement, but if this late twelfth-century Digby text represents the original of Adhelard at all accurately, there is little verbal correspondence between the versions to justify the aspersion, as far as my limited examination allows me to form an opinion. Weissenhorn in his study *Die Übersetzungen des Euklid* (*Abhandlungen z. G. d. Mathematik*, Heft 3) has dealt with some aspects of this question. What is noteworthy is that in one case where Bacon declares that he will give a better illustration than that in Euclid's text (p. 125) 'Octavam autem demonstrabo propter unam causam decem dictarum, scilicet ut videatur crudelitas demonstracionum horribilis que in hoc libro regnat, ut hujusmodi dampnabilis consumpcio temporis evitetur'. This demonstration (pp. 128, 129, l. 22) of V, prop. 8, is to be found at length in the same words in the version of Campanus, and most of Bacon's other demonstrations of the fifth book are likewise incorporated by him. I have already remarked on the great similarity of parts

of Campanus' work on the *Compotus* to our printed text. These correspondences are a new proof of the fame of Bacon during his lifetime.

One aspect of Bacon's criticism on the teaching of mathematics (pp. 118, 121), that too much time is wasted on unnecessary demonstrations, will be more generally appreciated at the present date than some other of his strictures. He would seem to think that a student needs only to know the actual results, except in a few cases where it is necessary to see how these can be proved to be true.

His criticism of the validity of certain of Euclid's assumptions and definitions which need demonstration (p. 119) is very much in line with the thought of modern editors. It is not entirely original: a great deal of early criticism is summed up in the work of Anaritius (Al Narizi), and Bacon's additions or elaborations have not been carefully distinguished. His main contributions seem to be concerned with Book V, the study of ratios and proportions, which was his principal interest in the study of Mathematics as applied to life. His selection of the propositions in Euclid of chief importance is illuminating (pp. 140–3); they run mainly from the sixth to the eighth book.

One of the interesting points in the bibliography of the subject is his mention of the 'editio specialis' of Adhelard. I take these words to mean 'a setting forth in particular', and was disposed to think they applied to the prologue of the Digby manuscript 174, f. 99, especially as three of the quotations are found there textually. The question is still open until a serious study of his Euclid manuscripts is undertaken.

A further volume of this series will (Deo volente) complete the issue of unpublished recognized works of Roger Bacon. It should consist of short tracts, of the unpublished parts of two long treatises which overlap sections of the *Communia Naturalia*, attempts to identify the disjecta membra of the 'Metaphysica mea', and an edition of the *De Potestate* to get rid of the well-known enigma 'Luru vopo vir can vtriet'. (See *Nature*, Feb. 11, 1928.)

I have once more to express my thanks to the readers of the Press, to the British Academy, and to the Delegates of the Clarendon Press for their long-suffering kindness.

ROBERT STEELE.

SAVAGE CLUB,
LONDON, S.W. 1.

COMMUNIA MATHEMATICA

S. = B.M. Sloane 2156
D. = Bodl. Digby 76

HIC incipit volumen vere mathematice habens sex libros. *S.* f. 72 a 1. Primus est de Communibus mathematice et habet tres partes principales. Prima pars continet quedam communia preambula ad interiora mathematice et habet ⟨quinque⟩ distincciones. Prima distinccio comparat mathematicam ad methaphysicam et separat eam a falsa mathematica et dat intencionem ejus et libros hujus sciencie tocius determinat et causas universales errorum humanorum in hac sciencia sicut in aliis excludit. Dat eciam mathematice laudes et utilitates per duas vias, reservans secunde distinccioni et aliis cetera que ad laudes et utilitates mathematice requiruntur. Et hec distinccio prima habet vij capitula. In primo fiunt tria que in principio enumeravi. Nam in primo comparo mathematicam ad methaphysicam, secundo ad magicam, tercio replico numerum et ordinem librorum qui de integritate istius sciencie componuntur. Sic autem per totum istud volumen sicut in aliis meis voluminibus philosophie volo observare, ut partes et distincciones et capitula cum expressione brevi eorum que in illis continentur prescribantur quatenus lector facilius intelligat que tractantur. Et ad evidenciam majorem volo in capitulis singulis illud quod principaliter tangitur in eis inchoari capitalibus litteris et in linearum principiis cum minio annotari.

Capitulum primum.

NECESSE est omni tractanti de sciencia quacumque speciali ut eam aliis eque sepius comparet ad scienciam communem omnibus que methaphysica nominatur; cujus proprium est dare divisionem omnium scienciarum magnarum et differenciam et originem, et quod est proprium cuilibet, et ordinem illarum assignare, et quis eas invenit, et quando invente sunt et ubi, et verificare principia illarum. Et omnis sciencia specialis supponit sua principia esse et

non potest ex sua virtute propria investigare illa ut Aristoteles docet, et hoc manifestavi in *Methaphysica* mea. Similiter nec cetera que numeravi (aliter nominavi) potest aliqua specialis sciencia docere, quia communia sunt et
f. 72 a 2. generalia omnibus scienciis particularibus | propter quod reservantur communi sciencie cujus proprium est formare et figurare alias sciencias omnes et ostendere qualiter fieri (aliter sciri) debeant et doceri. Et quoniam homo multis modis errat, et quedam sunt cause universales errorum humanorum quibus impediuntur nimis in omnia sciencia et vita et negocio. Ideo hec sciencia universalis eas precurrit ut in omnibus particularibus scienciis evitentur. Cupiens igitur mathematicam tractare infra radices methaphysice sicut feci logicam quam immediate sequitur mathematica, volo sicut debeo ut in pluribus abstinere a demonstracione eorum que verificavi in alia sciencia communi, licet multa ibi verificata que mathematice valent, recitabo per modum narracionis secundum quod congruit mathematice, et aliquando, licet raro, afferam probaciones aliquas methaphysicas, scilicet in casibus certis quando magna necessitas erit, ne novitate nimia aliquid proponam sine sua racione cujus contrarium pro rato communiter celebratur. Sic enim quasi assumam officium methaphysici ut Aristoteles fecit in *Elenchorum* principio et *Physicorum* et alibi, vel probando subjectum sciencie esse, vel aliquod principium, vel aliqua alia necessaria causa, secundum quod postulat res declaranda. Nec mirandum est quod in diversis scienciis multa tangantur eadem, nam omnes sciencie sunt adinvicem connexe, et certum est eas in multas convenire. Hec in methaphysicis ostendi certitudinaliter nec oportet de hoc in aliquo dubitari.

Secunda pars capituli primi.

DECLARAVI quidem in *Methaphysica*, quod mathematica dicitur dupliciter. Una est pars philosophie et alia inter magicas et erroneas stulticias computatur. Nam illa que erronea est nec est pars philosophie nec alicujus sapiencie.

11 precurrit] percurrit *MS*.

Imponit enim necessitatem libero arbitrio, ut homo natus in tali constellacione sit castus necessario, alius sit luxuriosus in alia constellacione natus, et sic de aliis moribus et fortunis et de omnibus actibus docet, quod a virtute stellarum necessitas sit confirmata, ut nichil valeat racio nec consilium nec gracia dei, nec temptacio dyaboli noceat homini in hac vita. Item de singulis futuris et | presentibus occultis et preteritis f. 72 b 1. et naturalibus et aliis certitudinem repromittit quorum utrumque nephas et non solum contrarium fidei set contra philosophicam veritatem. Et hec mathematica dicitur a 'mantos' vel 'mantia' quod est divinacio, ut in tractatu meo *Grece gramatice* explicavi. Sed mathematica vera que considerat quantitatem et ejus species neutrum ponit nisi in hiis que in celo renovantur, ut sunt eclipses et motus stellarum et hujusmodi, potest omnino certificare, et potest ac debet veraciter judicare. Sed de certificacione inferiorum rerum omnium et de judicio infallibili circa omnes (aliter omnia), et maxime circa humana opera non presumit. Verumptamen certificat celestia que sunt cause horum inferiorum naturalium et occasiones humanorum per que potest homo peritus in rebus mundi et temperatus in judiciis quamplurima veraciter et laudabiliter judicare. Sed de hiis in *Methaphysica* certificatum est quantum ad eam pertinet. Et cito inferius exponetur hec difficultas, scilicet quando fiet mencio de partibus mathematice, atque in tractatu *Astronomie judiciarie* complebitur de hoc sermo. Et hec mathematica scribitur cum aspiracione, et dicitur a 'mathesis' quod est disciplina, quia habet mediam productam, ut in mea *gramatica Greca* exposui, licet totum vulgus Latinorum credat quod media sit correpta secundum quod fiunt versus falsi:

Scire facit mathesis sed divinare mathesis

et consimiles.

Tercia pars capituli primi.

HEC autem vera mathematica dicitur esse de quantitate. cujusmodi sunt linea, superficies, corpus, numerus et

21 temperatus] tpātus *MS*.

hujusmodi, et habet partes quatuor famosas que vocantur Geometria, Arismetica, Astronomia, Musica. Geometria dicitur de lineis, superficiebus, et corporibus: Arismetica de numeris. Astronomia de quantitate astrorum et aliorum celestium et quorundam terrestrium annexorum. Musica docet de quantitate que est in sono vocis et instrumentorum et in gestibus conformatis sono motibus consimilibus et con-
f 72 b 2. fraccionibus competentibus | ut inferius elucescet. Quedam vero sunt communia omnibus istis quatuor. Et nota est nobis via a communibus ad propria ut Aristoteles ait primo *Physicorum*. Quapropter in primo libro hujus voluminis tractabo hec communia, in secundo de geometricis, in tercio de arismeticis, in quarto et quinto de astrologicis et astronomicis. in sexto de musicis ea que videro necessaria explicabo. Ordinem autem hunc cum certa probacione ex *Methaphysica* mea requirat lector, et tamen in isto libro primo aliquid exponetur.

Capitulum secundum recitans primo causas universales humani erroris, secundo enumerat vicia et dampna que ex illis contingunt in mathematica, tercio tangit in universali modum quo remedia sunt possibilia cum promissione illorum in hoc tractatu.

CAUSE vero erroris humani universales sunt primo considerande in omni negocio studii et vite et officii. Et ideo in principio *Methaphysice* que ordinat totam sapienciam demonstravi maliciam istarum causarum auctoritates raciones et exempla sapientum copiosius ingerendo, et ostendi quod hec totum studium et per consequens omnia confundunt. Quia qualis homo est in studio sapiencie talis in vita et religione comprobatur. Prima est zelus proprie sentencie quo quisque incitur reprobare omne quod ignorat in solacium sue impericie vilissimum et periculosum. Et ut velut ebrius elacione propria illud modicum quod scit et indignum, vel quod magis extimat scire quam sciat, coram deo et omnibus sanctis et omnibus sapientibus magnificet et extollat. Secunda est indigens et fragilis auctoritas que nimis habundat in multis, docere presumentibus in singulis

facultatibus qua non bene a nobis examinata capimur a juventute, et velut equus et mulus chamo et freno trahimur tam in modo studendi quam in sciencia vel substancia studii ad errorem. Auctores eciam dignissimi multa scripserunt et docuerunt ex rumore | et opinione et sola estimacione f. 73 a 1. quorum non habuerunt experienciam, tam in celestibus quam inferioribus et longe distantibus ac prope, et sicut in naturalibus sic in moralibus et in artificialibus et omnibus sciẹnciis et operacionibus et instrumentis sapiencie, quorum aliqua falsa sunt, et alia nimis dubia, quedam obscura et perplexa, alia inutilia et superflua multa, preter hoc quod multa desunt necessaria que ab eorum successoribus sunt addenda. Sed consuetudo tercio nos ligat in errore et constringit forcius quia ipsa est altera natura ut Aristoteles dicit libro *Probleumatum* et alibi, cujus violentia sic detinemur secundum Aristotilem x°. *Ethice*, ut vel inpossibile sit aut nimis difficile ab errore retrahi consueto. Quarta vero est sensus vulgi imperiti quo confirmamur in falso. Nam quod a vulgo celebratur, quidquid illud sit, tamquam verum recipitur. Et vix sapientissimi contra summas falsitates placentes vulgo audent in contrarium murmurare. Cum tamen vulgus a principio mundi et ubique fuerit a viis sapientum divisum, ut sunt sancti et philosophi et ceteri sapientes. Non induco ad presens raciones et sentencias et exempla sapientum que probant hec quatuor esse ab omni veritatis consideracione releganda, quia quod est proprium communi sciencie non debet in scienciis specialibus explicari. Recurrat igitur hujus capituli lector ad altiorem scienciam, cum tamen sufficiat propria experiencia cujuslibet in se et in aliis quod dignus est pena et sensu qui non experitur hec quatuor causare summa dispendia cujuslibet persone, sicut et multitudinis in hoc mundo.

Secunda pars capituli secundi distinccionis prime.

Et cum hec quatuor omnem scienciam pervertunt maxime tamen mathematica, et hoc in vij propter vilissima et | vanissima et propter infinita superflua, et quia defectus f. 73 a 2.

necessariorum multorum pretermittitur et intolerabilis difficultas ingeritur, postponuntur communia et intromiscentur propriis contra naturalem ordinem, ordo eciam pervertitur in propriis, et propria que distinguuntur naturaliter turpiter adinvicem confunduntur. Propter que vij dispendia istius sciencie studentes despiciunt mathematicam quia vix per totam vitam possunt eam scire, cum tamen si recte doceretur infra tempus modicum posset sciri.

Tercia pars capituli secundi distinccionis prime.

QUAMVIS autem regraciandum sit auctoribus qui nobis dederunt sciencie radices, tamen quia nichil est perfectum in humanis invencionibus nondum extraxerunt omnes ramos proceros nec totam florum suavitatem nec plenitudinem fructuum intulerunt. Et non est dubium quin multa dissimulaverint propter indignos, et propter studiosos excitandos quamplurima neglexerunt. Et ideo posteriores qui ingrediuntur fundamenta antiquorum possunt in multis rectificare studium (aliter edificium) sapiencie tam in substancia scienciarum quam in modo sciendi, quod in presenti volumine cum omni benevolo nec corrupto quatuor causis predictis certius declarabo.

Capitulum 3^{m} in quo prima utilitas et laus mathematice innuitur esse querenda et quomodo ille tractatu universali ostense sunt in methaphysica. Secundo descendit ad modos particulares probandi hoc in isto volumine, eligendo unum modum de illis per auctoritates elegantes, sed in hoc capitulo auctoritates pure philosophancium inducuntur.

RELEGATIS igitur omnino a consuetudine presencium quatuor predictis causis errorum, volo aliquid invenire circa utilitatem et laudem mathematice ut ad ejus studium suavius excitemur. Omnis enim res negligitur quantumcumque sit eximia dum ejus laus et utilitas ignorantur. Quoniam enim mathematici non laborant ad hoc aut parum
f. 73 b 1. in principio | suorum librorum nec eciam alibi, ideo pauci ad studium mathematice excitantur. Ostendi autem in

Methaphysicis per modos utiles quod nulla sciencia potest haberi sine hac sciencia nec quod aliquis potest suam ignoranciam in aliis percipere scienciis nisi fuerit in hac (aliter hic) preclarissime informatus. Nec res hujus mundi sciri possunt nec utilitates corporis et rerum poterit homo habere nisi hujus sciencie magnalibus sit imbutus, et quoniam bonis anime multum valent bona corporis sciencie et fortune si recte dispensetur. Ideo cum sapiencia mathematice valeat in hec bona, necesse est quod multum sit necessaria sciencia mathematice ad bona anime procuranda. Et quoniam humana famulantur divinis, ideo innuebam in *Methaphysicis* quod mathematica est necessaria divine sapiencie supra id quod aliquis valeat sufficienter explicare.

Secunda pars capituli tercii.

DIMITTAM igitur vias methaphysice ut inquirantur que necessaria sunt ad laudes mathematice utiles. Nunc in hoc libro volo aliqua magis particularia tangere et per propria istius sciencie propositum adimplere. Triplex autem via hic consideranda est in principio. Una est per auctoritates. Alia est per induccionem in scienciis faciendam. Tercia per divisionem mathematice in partes quarum proprietates nobiles ostendunt mirabiles esse laudes et utilitates istius sciencie et jocundas. Quarta autem via est in applicacione mathematice ad res hujus mundi sciendas et sciencias aliquas tam divinas quam humanas quomodo scilicet omnes sciencie requirunt demonstraciones mathematice et opera et instrumenta ejus, nec aliter sciri possunt (aliter poterunt) nec doceri. Sed hic modus non potest exprimi ante finem mathematice quod in descensu ad alias sciencias docebitur lucide et patenter. Circa vero primum procedens. Incipio a Boetio. Dicit enim in prologo *Arismetice* secundo Mathematice 'quatuor partibus si careat inquisitor verum
minime | inveniri potest.' Et iterum: 'sine hac quidem f. 73 b 2.
speculacione veritatis nulli recte sapiendum est', et adhuc dicit 'qui spernit has semitas sapiencie, ei demonstro (aliter demonstrato) non recte probandum.' Et iterum ait: 'constat

35 denuntio *Bo.* 36 philosophandum *Bo.*

quisque hec pretermiserit omnis sapiencie perdidisse doctrinam.' Quod eciam omnium antiquorum sentencia confirmat, dicens: 'inter omnes prisce auctoritatis verios qui Pictagora duce puriore mentis racione viguerunt, constare manifestum est, haud quemquam in philosophie disciplinis ad cumulum perfeccionis evadere (id est, attingere), nisi cui talis prudencie nobilitas quadruvio vestigatur (id est, investigatur).' Ceterum cum sint tres modi philosophie essenciales, ut dicit Aristoteles 3° *Methaphysice*, scilicet mathematica, naturalis, et divinus, non parum valet mathematica ad reliquorum duorum modorum sciencie comprehensionem, ut docet Ptholomeus in primo capitulo *Almagesti*. Et cum divinus sit duplex, ut patet in primo *Methaphysice*, scilicet prima philosophia que deum esse declarat et ejus nobiles proprietates investigat: et moralis seu civilis sciencia, que cultum divinum statuit, et multa de deo secundum possibilitatem humane racionis digna exponit, ad utramque istarum multum valere mathematicam. Idem Ptholomeus asserit evidenter propter quod Boetius in fine *Arismetice* docet mathematicas consideraciones in rebus civilibus inveniri, cujus sentencia explicabitur inferius suo loco. Ceterum quod docet Boetius ipse Aristoteles in *Sciencia Civili* et sui commentatores explicant multis modis. Partes philosophie accidentales sunt logica et gramatica ut ostendi in *Methaphysica*, et quod ad eas multum valeat mathematica patet per ea que docet Alpharabius libro *de Scienciis* et Aristotiles in libro suo *de argumentis poeticis*, et omnes auctores medicine qui complete tractant eam hoc docent |
f. 74 a 1. evidenter. Sed cum veniemus ad secundum modum declarandi mathematice laudes hec clarius elucescent.

Capitulum quartum in quo auctoritates magis accedentes ad divina inducuntur, et primo dat racionem hujus, secundo ponit eas.

SICUT vero Boetii philosophantis Christiani et theologi magni, ut patet in libris suis *de Trinitate* et *de duabus*

1 quisquis, omnem, philosophie *Bo.* 3 viros *Bo.* 16 multam *MS.*

naturis et una persona Christi et aliis operibus ejus, induxi auctoritates quas philosophice scripsit, sic possum et volo et debeo per auctoritates Cassiodori et sentencias philosophantis propter divina laudes mathematice revolvere, precipue cum illas in suis libris philosophicis edoceat gloriose. Manifestavi enim in *Methaphysica* quod philosophantes Christiani debent altius extollere philosophiam quam homines infideles.

Secunda pars hujus capituli quarti.

CASSIODORUS igitur in prefacione *de Artibus et Disciplinis studiorum secularium*, de laude mathematice scribens ait 'Mathematicam Latino sermone doctrinalem possumus appellare, quo nomine licet omnia doctrinabilia dicere valeamus quecunque docentur, hoc tamen sibi inest vocabulum propter sui excellenciam et proprie vendicavit.' Et in tractatu eciam *Mathematice* sic dicit 'Disciplinales sunt que nunquam opinionibus decepte fallunt, et ideo tali nomine nuncupantur', et infert 'has dum frequenti meditacione revolvimus, sensum acuunt, lumenque sciencie detegunt, et ad illam supernam contemplacionem domino largiente perducunt, . . . quas merito sancti patres legendas persuadent. Quoniam magna ex parte per eas a carnalibus rebus appetitus abstrahitur et faciunt desiderare que solo domino largiente corde possumus respicere.' Et si in speciali volumus ejus sentencias de singulis famosis partibus inferre, possumus dicere quod in eodem tractatu ponit pro laude geometrie, dicens 'Etenim si fas est dicere sancta divinitas quando | creature sue diversas species f. 74 a 2.
formulasque dedit, quando cursus stellarum potencia veneranda distribuit et statutis lineis fecit currere que moventur, certaque sede que sunt fixa constituit, quidquid bene disponitur ac completur potest discipline hujusmodi qualitatibus applicari.' Nam omnis creatura sensibilis suam desiderat configuracionem propriam, sive pro motu sive pro quiete, seu pro quacumque alia condicione et operacione, et secundum eleganciam figure cujuslibet rei pulcritudo consurgit. Pro laude arismetice dicit 'Tolle compotum (seu compu-

tacionem) a rebus et omnia ignorancia ceca complectitur, nec valent differre a brutis animalibus qui numeri ignorant quantitatem.' Et Ysidorus in tractatu *Arismetice* eandem sentenciam, et fere sub eisdem verbis ingerit, dicens 'Adime seculo compotum, et omnia ceca ignorancia complectitur. Nec possunt differre a ceteris animalibus qui calculi nesciunt racionem.' Pro laudibus quidem et utilitatibus astronomie dicit Cassiodorus 'Astronomiam si casta et moderata mente perquirimus, sensus nostros, ut veteres dicunt, magna claritate perfundit. Quale enim est ad celos animo subire, et totam illam machinam supernam (aliter supremam) indaga(bi)li racione perscrutere et inspective mentis subtilitate ex aliqua parte colligere quod tante magnitudinis archana velaverunt?' et subjungit, 'Ex quibus enim videtur climata noscere, horarum spacia comprehendere, lune cursus (aliter cursum) pro inquisicione paschali, ne simplices aliqua confusione turbentur qua racione fiant advertere non videtur absurdum. . . . Est eciam alia quoque de talibus non despicienda commoditas, si oportunitatem navigacionis, si tempus arancium, si estatis caniculam, si autumpni suspectos imbres inde discamus.' Musice vero laudem inducit in vita, in studio theologi, et in multis, et quatenus sentiamus ejus utilitatem,
f. 74 b 1. infert sermo|nem universalem, dicens 'Et ut breviter cuncta complectar, quidquid in supernis sive terrenis geritur ab hac disciplina non refertur exceptum. Gratissima ergo nimisque utilis cognicio est que sensum nostrum ad superna erigit et aures modulacione permulcet.' Multas autem auctoritates sanctorum de laudibus harum scienciarum omitto, quia non sunt in tractatibus eorum philosophicis quas in *Methaphysica* posui, quia hec generalis sciencia ad omnia philosophica ubicumque inveniatur se extendit, et est potencior elevare humanam sapienciam ad divina, quod eciam Aristotiles et Avicenna in suis *Methaphysicis* edocent, et multipliciter hoc in mea *Methaphysica* demonstravi, precipue cum methaphysica Christianorum debeat esse complecior quam infidelium et se potencius extendere ad

6 differri *Ys.* 15 lune] sive *MS.* 20 suspectas *MS.* 24 complectam *MS.*

majora. Similiter quia omnes sciencie debent a Christianis tradi melius et altius respectu divinorum. Quod eciam legum civilium latores Christiani pro laicis regendis observaverunt fideliter et eas secundum exigenciam fidei tradiderunt.

Capitulum quintum in quo ostenditur utilitas mathematice per ea que continentur in scienciis aliis, *et hoc primo ostendit in gramatica*, *secundo in logica ex libro Predicamentorum.*

SECUNDUS modus ostendendi laudes mathematice oritur ex consideracione eorum que in singulis scienciis de mathematica requiruntur. Sed quoniam sole gramatica et logica precedunt mathematicam in ordine doctrine, et non debeo probare aliquid nisi eis qui intelligere possunt racionem probandi, ideo hiis qui estimantur scire logicam sive gramaticam, sive sciant naturalia sive methaphysicalia et alia, sive non, volo probare quod non potest homo docere logicam vel gramaticam nisi optime in mathematicis sit imbutus. Et taceo hic de aliis scienciis ne michi obiciatur quod utor eis in docendo quod non possunt sciri ante mathematicam nec sine ea. Et propter hoc in *Methaphysica*, que communis est omnibus | scienciis, descendo ad omnes f. 74 b 2.
sciencias et philosophie et juris et theologie ut infinita laus et utilitas mathematica relucescant. Mathematicus enim docens potest a logicalibus descendere in gramaticalia, quia in eis instructus est, et similiter addiscentes mathematicam. Sed quia mathematica precedit omnes alias sciencias ideo non debet ad illas festinari, et precipue propter addiscentes ne confundantur illis que non didicerunt et ut tractandi proprietas in hac sciencia observetur.

Secunda pars hujus capituli quinti.

SI igitur de gramatica volumus veraciter docere, certum tamen est quod illa se habet ad musicam sicut carpentaria ad geometriam. Et sicut quecumque mechanica ad partem philosophie cujus est dare causas et racionem de hiis que in mechanica ei subjecta sine causarum noticia premittuntur. Unde sicut manu artifices sculpunt lapidem et scindunt ligna

ignorantes propter quid et causas operum edificii, et agunt sicut bruta animalia et inanimata ut ignis comburit, sicut Aristotiles dicit primo *Methaphysice*: Sic gramaticus qui potestatem sciencie musice ignorat profert sermones prosaicos secundum accentus et comata et cola et periodos, de quibus in *Gramatica* feci sermonem, et componit metra et rithmos. Nam omnium horum causas et raciones docet sola musica, sicut auctores musice ut Augustinus, Marcianus, et alii multi dicunt, et gramatici similiter, ut Censorinus *de accentibus* et alii. Cassiodorus eciam *in scienciis liberalibus* hoc testatur. Est in musica aliqua prosaica alia metrica alia rithmica, et multis aliis modis, ut in divisione parcium musice inferius elucescet. Et gramatici istius temporis, quia nesciunt causas et raciones metrorum et rithmorum, componunt metra et rithmos a casu. De rithmis enim et de metris aliis a f. 75 a 1. sex | pedibus et quinque quibus utuntur pueri, aut nichil dignum sciunt aut casualiter faciunt, solum respicientes numerum sillabarum et clausularum consonancium non artem qua usi sunt antiqui gramatici, qui fuerunt in musicalibus informati. Nec dubium quin ad solam musicam pertineat causas vocum humanarum dare secundum omnes proprietates earum absolutas, et quod gramatica que utitur voce non propter se sed ad signandum uni quod apud alium est quando ea sit in hac parte subjecta musice, et multipliciter et subalternata, ut in particulari et in disciplina propria habet doceri, cum ad tractatum musice accedemus.

Tercia pars quinti capituli.

SIMILITER logica et quantum ad principium et medium et finem rebus mathematicis gaudet sciri. Nam liber *Predicamentorum* est primus liber logice secundum Aristotilem sed constat predicamentum quantitatis cognosci non posse sine mathematica, eo quod sola mathematica constituit cognosci. Unde primi logici ignorantes mathematicam non possunt predicamentum quantitatis exponere ut oportet. Quantitati vero annexa sunt predicamenta, primo ipsius 'quando' propter tempus, quia 'quando' est 'esse' et 'fore' et 'fuisse' in tempore, et similiter predicamentum ipsius

'ubi' propter locum, quia 'ubi' est 'esse in loco', quia est posicio propter eundem. Nam posicio que vocatur situs est ordinacio partium alicujus respectu loci, ut jacere, stare, et hujusmodi. Et si credimus ipsi Averroi quinto *Methaphysice*, Predicamentum 'habitus' sine comparacione ad 'ubi' nullatenus potest sciri. Major vero pars predicamenti qualitatis continet proprietates et passiones quantitatum absolutas quas geometria et arismetica considerant, que omnes sunt in quarto genere qualitatis, et hec sunt proprietates linearum, angulorum, superficierum, corporum, et omnium figurarum et numerorum quas Aristotiles | quali- f. 75 a 2. tates in quantitatibus vocat, ut rectum, curvum, figura, forma, et omnia alia que continue et discrete in mathematicis assignantur. Quidquid vero dignum est consideracione in predicamento relacionis est proprietas quantitatis relata, ut sunt proporciones et proporcionalitates, et medietates geometrie arismetice et musice, et species majoris inequalitatis et minoris, et cetere proprietates quantitatum relate que in mathematicis pertractantur. Quod autem accio et passio non possunt sciri nec doceri sine lineis et angulis et variis figuracionibus, manifestum est sapientibus. Nam Aristotiles dicit quinto *Physicorum* quod 'natura operatur breviori modo quo potest', linea autem recta est omni brevissima, et ideo super lineam rectam est accio naturalis, et in secundo *Celi et Mundi* dicit quod grave cadit deorsum ad angulos rectos et sic est de omni operacione naturali. Nam nulla linea brevior est quam illa que cadit ad angulos rectos, et racio multiplex in hujusmodi invenitur, et a quolibet puncto superficiei agentis venit virtus ad quemlibet punctum patientis hoc modo. Et hoc patet quando homo sedet ad ignem, quelibet enim pars ejus igni objecta recipit virtutem ignis venientem a quolibet puncto ejus, et sic de sole et omnibus agentibus. Hoc autem non potest esse nisi in figura descripta superius, que piramus vocatur, habente latitudinem in superficie agentis et acumen in parte patientis, et sic de aliis variis figuracionibus que in sequentibus voluminibus patebunt, sed nunc grosso modo tetigi ut saltem propositum appareret. Sic igitur omnia predicamenta

accidencium novem requirunt mathematicam. Similiter quod prcdicamentum substancie. Nam substancie spirituales non cognoscuntur per philosophiam nisi per corporalia et maximc per celestia, sicut Aristotiles docet undecimo *Methaphysice*. Nec inferiores substancie possunt cognosci f. 75 b 1. nisi pcr | supcriores quoniam sunt cause inferiorum, et celestia non cognoscuntur nisi per quantitatem, sicut patet ex astrologia que cst tantum de quantitate celcstium rerum. Et ideo omnia predicamcnta dependent cx gcneracione (aliter cognicione) quantitatis. Ex hiis igitur omnibus patet quod logico est necessarium ut sciat vias mathematice quatenus possit veraciter et proprie illa exponere que pertractat.

Capitulum sextum in quo ostenditur utilitas mathematice per medium logice quod est 'Liber Demonstracionum', et primo excusat se ab arguendo per exempla, secundo ad intencionem accedit.

MEDIUM vcro logice quod est *Liber Demonstracionum*, qui est sicut cor logice influens in ceteras partes, nullo modo sciri potest nisi istum librum docens mathematicis imbuatur. Nec loquor nunc ad exempla mathematica, nam hec sunt communia omnibus scienciis et eciam hanc viam exposui in sciencia communi, scilicet in *Methaphysica* diligenter. Nam ibi dcmonstravi quod exemplum Aristotilis, de addicione gnomonis ad quadrangulum minus ut fiat majus, non potest sciri ante xxij^{am} proposicionem sexti libri, ct quod dyameter non potest probari coste assimiter ante ultimam partem septime proposicionis decimi libri, et quod quadratura circuli non potest sciri ante secundam duodecimi libri, et sic de aliis exemplis tam in numeris quam in figuris, et astrologicis et musicis que in omnibus scienciis inducuntur. Sed quia hcc ad communem scienciam omnibus pertinent, idco non exequor hanc utilitatcm mathcmatice in hoc loco. Multe enim sunt alie utilitates generales quas hic omitto, et in *Methaphysicis* elucescunt. Solum igitur prosequor utilitates particulares quas video proprias in hac parte.

Secunda pars hujus capituli sexti.

Dico igitur quod principia demonstracionum et modus demonstrandi sciri non possunt in libro *Posteriorum* nisi adducantur demonstraciones mathematice | nec potest aliquid f. 75 b 2. dignum intelligi nisi doctor geometriam et arismeticam saltem sciat. Nam que sunt diffiniciones et passiones et peticiones et supposiciones, et simpliciter et alicui, ac maxime dignitates, sciri non possunt in libro *Posteriorum* eo quod ibi non ponuntur. Quapropter oportet quod doctor sciat eas adducere de scienciis ubi explicantur per ordinem, sed hoc tantum est in mathematica usque in hodiernum diem apud auctores, et ideo qui ignorat mathematicam nec potest librum *Posteriorum* legere nec docere. Nec eciam potest purus logicus scire quid est quod per nomen dicitur in hiis, quia in illo libro non datur racio nominum sed confunditur et occultatur, non solum propter malam translacionem que multum impedit, sed quia ipse Aristotiles non expressit. Sicut enim ad librum *Predicamentorum* intelligendum necessarius est Porphirius, sic propter librum *Posteriorum* liber preambulus de mathematica requiritur, aut saltem quod doctor sciat introducere que hic necessaria judicantur. Nam cum sola mathematica sit vere demonstrativa secundum demonstracionem potissimam de qua est liber *Posteriorum*, aut si in *Perspectiva* aut in naturalibus vel alibi sint vere demonstraciones, hoc est per beneficium et applicacionem mathematice, ut certum est omnibus peritis in scienciis, et demonstrabitur in sequentibus, et nunquam invenitur in tota methaphysica aliquid de dignitate nec de maxima proposicione nec de posicione secundum hec nomina, cum de hiis tamen principaliter in principio demonstracionum Aristotiles eloquatur. Et cum ipsam posicionem dividit in supposicionem et diffinicionem et dicit quod diffinicio non est supposicio quia supposicio dicit esse vel non-esse, hoc est supposicio, est proposicio affirmativa vel negativa, diffinicio non sic; non invenimus hoc in principiis demonstracionum in methaphysicis vel logicis | quantum ad modum f. 76 a 1. loquendi et intelligendi, ymmo de necessitate oportet quod diffinicio mathematica sit proposicio affirmativa vel negativa,

ut patet in omnibus diffinicionibus mathematice ; et oportet quod diffinicio sit supposicio, ut probavi in *Methaphysicis*, et quod non sint principia demonstracionum, nisi ista, videlicet supposicio, peticio, et concepcio, quorum nominacio exponitur in libro dicto, nec realis racio assignatur. Hujus quidem racionem docui in *Methaphysica*, quia ad eam pertinet, et inferius notabitur aliquid de hiis secundum quod pertinet ad hunc librum. Qui igitur *Posteriora* docet, nisi sciat mathematica demonstracionis principia non exponet. Deinde quomodo sciet quod diffinicioest aliquando demonstracionis principium et aliquando conclusio ? Et ubi purus logicus habebit de hoc exempla nisi sciat mathematicam ? Certe nullo modo poterit. Cum autem modus demonstrandi et ipsa demonstracio consistant in principiis et conclusionibus, et hec ignorantur a proprio logico, ut nunc declaratum est, necesse est quod demonstracio et modus demonstrandi penitus ignoretur. Deinde nulla demonstracio cum sua figuracione, sine qua non intelligitur, ponitur in libro *Posteriorum*, licet multa ponantur exempla informiter, et sine forma demonstrandi, ergo nullus purus logicus potest unum exemplum demonstrare ut exigit racio demonstrandi. Manifestum est igitur quod virtus libri *Posteriorum* non percipitur nisi ab hiis qui in mathematicis sunt instructi.

Capitulum septimum in quo probatur utilitas mathematice per finem logice et primo declarat quis est ille finis, secundo arguit propositum.

SED longe magis ignorabitur finis logice quam ejus principium vel medium per ignoranciam mathematice si diligenter attendamus. Nam certum est per Alpharabium in libro *de Scienciis* et per *logicam* Avicenne et Algaselis,
f. 76 a 2. et | per commentum Averroys super librum *de argumento poetico* translatum, et per prologum in quo translator Hermannus Allemanus se excusat quod textum Aristotilis quem fecit de dicto argumento non potuit transferre, quia ignoravit metrum Grecum quibus utitur Aristotiles in hoc

libro, et scimus quod hic liber est in Greco compositus, et de Greco in Arabicum translatus, licet in Latinum non sit conversus Aristotilis textus. Sed Alpharabius exponit nobis intencionem illius argumenti, et Avicenna similiter et Algasel et Averrois, quapropter oportet ponere genus arguendi poetice, et quod logica de hoc constituat librum, quoniam ad solam logicam pertinet argumenti composicio et doctrina. Ceterum demonstravi in *Methaphysicis* quod hoc genus arguendi est necessarium, et quod sciencia debet de eo constitui in logica, et quod argumentum hoc est utilius omni argumento cum feratur in anime salutem et circa virtutes et felicitatem, et ut vicia declinentur. Quod argumentum proprium est in textu *Moralis Philosophie*, et in ejus usu et similiter in theologicis probacionibus et doctrinis, et plus potest hoc argumentum in illis movere sine omni comparacione quam demonstracio quantumcumque potissima habeatur. Et jam composui de eo tractatum in *logicalibus*, et ostendi quod ei proprium est. Et secundum Aristotilem et secundum quod exponit Alpharabius, hoc argumentum utitur sermonibus pulcris et in fine decoris, ut rapiatur animus subito in amorem virtutis et felicitatis, et in odium vicii et pene perpetue que ei respondet. Et ideo sermones poetici qui sunt completi et pulcritudine et efficacia movendi animum debent esse ornati omni venustate loquendi prosaice et astricti omni lege metri et rithmi, sicut Scriptura Sacra in lingua primitiva que Hebrea est, et Boecius *de Consolacione*, et Alanus *de Comminacione Nature*, et *poetria* Oratii, et hymni Ecclesie, et multum de officio divino, ut decore et suavi|tate sermonis animus subito et f. 76 b 1.
fortiter moveatur. Nam 'prodesse volunt aut delectare' poete, et

Omne tulit punctum qui miscuit utile dulci.

Secunda pars hujus capituli.

Docetur igitur composicio hujus argumenti per omnis sermonis prosaici eleganciam et per omnia metrorum et rithmorum genera, sed hec pertinent ad musicam, ut prius

27 *Comminacione*] communione *MS.*

est habitum et exponetur inferius. Quapropter hic liber logice non potest intelligi nec doceri sine beneficio musice cujus est causas et raciones prose metrorum et rithmorum dare; et ad hoc facit quod translator Latinus non transtulit librum hunc, ut dicit, quia non intellexit maxime raciones metrorum de quibus Aristotiles loquitur habundanter. Cum igitur transferri non possit nisi per hominem qui metrorum et rithmorum causas noverit, manifestum est quod nec potest hic liber intelligi sine causis istis, nec ab aliquo edoceri. Et hic liber est finalis logice, quia ultimum argumenti genus perdocet, quia scilicet ad ultimum bonum hominis, scilicet virtutem et felicitatem, excitat vehementer. Alia enim argumenta veridica movent, vel ad opinionem ut dyalecticum, vel ad scienciam ut demonstrativum, vel ad credendum ut rethoricum; sed istud ad faciendum inducit et ordinat ad bonum hominis completum. Sunt enim hec quatuor tantum argumenta veridica de quibus est logica, ut libri Aristotilis docent et aliorum, et hoc in *Methaphysicis* et *Logicis* demonstravi. Finis autem est melius eis que sunt ad finem, et imponit necessitatem illis, ut Aristotiles docet, et ideo hoc argumentum est dignius aliis, et qui illud nescit non poterit alia scire ut oportet, quia utilitas eorum que sunt ad finem non est nisi respectu ejus, et finis est primum in cognicione et ultimum in existendo. Et ideo finis logice non potest sine mathematica sciri, sicut nec medium nec principium. Et ideo nichil dignum potest purus logicus in logicalibus pertractare. Sicut vero jam ostendi propositum in Gramaticalibus et Logicis, sic posset
f. 76 b 2. fieri | in Naturalibus et aliis scienciis, sed dimitto propter causas superius assignatas. Supponatur igitur quod ita sit donec suis locis propriis magis elucescat, et pro rato hoc habeamus in laudem et magnificenciam mathematice sine qua nulla sciencia potest sciri.

Distinccio secunda de divisione et diffinicione partium quantitatis ut postea sciantur laudes mathematice cujus laudes magne per hanc divisionem partium mathematice relucescent. Et habet hec distinccio quinque capitula.

Primum dat racionem quare hee divisiones inter communia computentur, secundo ponit diffiniciones quorundam communium per que dantur diffiniciones partium quantitatis.

CUM jam sit ostensa utilitas et laus mathematice per duas vias ab hoc tercio modo. Adhuc hoc idem est ostendendum, scilicet per divisionem ejus in partes suas magnas. Et quoniam divisio sciencie sumitur per divisionem sui subjecti, quia sciencie secantur ut res, ut Aristotiles dicit tercio *de Anima*. Et ad divisionem rerum subjectarum de quibus constituuntur sciencie est divisio scienciarum, ideo primo sunt diffiniende partes quantitatis, secundo divisio mathematice assignabitur juxta primam (aliter illas). Et omnia hec sunt de communibus mathematice et de hiis que primo habent sciri, ut patet bene consideranti, licet inter propria ponantur multa de hiis apud auctores mathematicos et doctores, nam postquam declaracio laudis et utilitatis mathematice pertinet ad communia necesse est quod diffinicio et divisio partium mathematice et sui subjecti, per que illa laus et utilitas edocentur, ad communia reducantur. Preterea ipsa divisio mathematice in suas partes principales est de communibus naturaliter, quoniam oportet totius sumere partes antequam de qualibet divisim pertractetur, et divisio mathematice non potest haberi sine divisione partium subjecti, propter quod in communibus oportet hanc divisionem sicut aliam collocari. Ex quibus eciam manifestum est quod multa que in geometria et arismetica et aliis | ponuntur apud f. 77 a 1. multos tanquam propria non deberent ibi stare, sed in communibus mathematice congregari.

Secunda pars.

QUANTITATIS autem species non possunt haberi nisi premittantur quedam diffiniciones communes necessarie ad intellectum diffinicionum quantitatum. Et sumo hic diffinicionem largo modo, prout sub ea comprehenditur descripcio, quia mathematicus non curat semper observare proprietatem diffinicionis—hoc enim magis ad methaphysicum pertinet. Et quia vocabula differenciarum specierum que diffinicioni

conveniunt in pluribus non sunt imposita, ideo circumloquimur ea per descripciones ut possumus et debemus. Et diffiniciones hujusmodi preponende sunt aliis, quoniam oportet primo sciri quid est quod dicitur per nomen. Nichil enim aliter potest sciri; nec loquor hic de diffinicione nominis tantum, que dicitur nominis interpretacio ut 'homo' dicitur 'factus ab humo', sed magis de diffinicione reali cum qua tamen satis declaracio nominis innotescit.

Dico igitur quod 'simul' vel est secundum locum vel secundum duracionem, et loquimur de sola temporis duracione. 'Simul' autem loco est secundum indivisionem ejusdem loci secundum numerum, ut substanciam et accidens, corpus et anima, que sunt in eodem loco, vel secundum concomitanciam duorum locorum sine medio, ut duo corpora inter que nullum est medium habent duo loca simul. 'Simul' duracione similiter sunt vel aliqua per indivisionem ejusdem mensure durandi, ut duo motus que sunt in eadem hora temporis, vel per concomitanciam duarum mensurarum durandi ejusdem speciei sibi invicem succedentium, quarum neutra sit pars alterius nec ambe ejusdem, ut due distincte hore sibi invicem succedentes, ut hora prima et secunda. Et si in hora prima esset aliquis motus unus et non alius et ille cessaret omnino et statim alius motus renovaretur in hora secunda, tunc illi duo motus essent simul duracione per concomitanciam duarum mensurarum durandi ejusdem speciei sine medio, que nec essent partes ejusdem duracionis
f. 77 a 2. nec altera pars alterius. | Et si motus celi staret et omnes motus simul cum eo currentes cessarent et statim nasceretur alius motus sine tempore medio, quod bene est possibile, ille motus et motus celi precedens essent simul tempore secundum dictam significacionem de simul durando. Tercio modo est 'simul' duracione per concomitanciam duarum duracionum diversarum secundum speciem, ut cum dicitur 'deus et motus celi simul sunt'; hoc non est, quia esse dei mensuratur eternitate et esse motus celi tempore, que sunt omnino diverse mensure.

Terminus est cujusque finis vel principium, et hoc est ultimum rei vel extremitas. Contigua sunt quorum termini

vel ultima sunt simul per concomitanciam duorum locorum vel duarum duracionum ejusdem speciei sine medio juxta se posita, ut duo tempora distincta ut dictum est sibi invicem succedentia quorum unum non est pars alterius nec ambo partes ejusdem et motus mensurati illis temporibus sunt contigui. Continua sunt quorum terminus est unus, ut partes unius virge continuantur ad unum terminum; quando vero scinduntur abinvicem habebunt terminos diversos. Continuum est cujus partes copulantur ad communem terminum. Item, alio modo continuum est divisibile in semper divisibilia ut nunquam deveniatur ad indivisibile, ut, cum virga dividitur vel corda vel aliud tale, potest dividi in duas medietates et quelibet medietas in duo media, et sic semper fiet divisio in divisibilia ut nunquam perveniatur ad indivisibilia. Discontinuum est cujus partes non copulantur ad communem terminum ut partes totius aggregati, ut in cumulo lapidum, cineris, vel pulveris. Permanens dicitur quod simul duracione secundum indivisionem ejusdem duracionis secundum numerum totaliter esse potest, ut esse dei est permanens quod est in eternitate, et eternitas est tota simul. Successivum est cujus parte superiore adveniente non manet precedens, ut partes motus et temporis. Dimensio est deduccio rei secundum longum | latum vel f. 77 b 1.
profundum, et ideo sunt tres dimensiones. Posicio proprie dicta vel est de quarto genere qualitatis vel de predicamento situs. Secundum autem quod est de quarto genere qualitatis vel est ordinacio partium alicujus in suo toto vel subjecto distincta hinc et ibi secundum longum, latum, vel circuitum, ut contingit signare in lapide vel ligno ibi unam partem ibi aliam secundum dictas vias. Quoniam igitur tantum sunt tres dimensiones secundum Aristotilem et alios, et quatuor posiciones, non omnis posicio est dimensio, nec iterum omnis dimensio est posicio, quia ad posicionem requiritur permanentia, ut dicit Aristotiles in *Predicamentis*, et ideo in successivis est dimensio, non tamen posicio. Motus enim habet dimensionem secundum dimensiones spacii, et tempus secundum dimensionem motus, sed quia non permanent nec habent esse stabile sed in continuo

fluxu et varietate, ideo non habent posicionem; non enim contingit signari ubi una pars ponatur nec alia. Posicio que est in predicamento situs est partium rei corporalis ordinacio in toto vel subjecto respectu loci, ut jacere, stare et asperum, lene et hujusmodi, et aliis modis non est posicio proprie, licet per equivocacionem violentam poterit sumi pro omni ordinacione partium in toto, et precipue in quantis, ut dicatur ordinacio partium numeri et partium temporis et motus et omnium, sed hoc non est in usu philosophye. Infinitum est quod pertransiri non potest, et secundum Aristotilem tercio *Physicorum* 'infinitum est cujus quantitatem accipienti semper est aliquid sumere extra id quod acceptum est', sicut si virga extenderetur in infinitum contingeret semper aliquid accipere ultra id quod acciperetur, et nunquam posset pertransiri, et sic dicitur quod continuum est divisibile in infinitum. Infinita sunt non tot quin plura, sicud dicit Aristotiles secundo *de Generacione*, et que transiri non possunt. Finitum est quod pertransiri potest; finita autem que comprehendi possunt. Rectum est multis f. 77 b 2. modis particularibus | equivoce, unde non potest diffiniri in aliquo signato communi omnibus illis modis; quanto vero communius accipi potest in uno significato, estimo quod sic describi potest 'rectum est quod caret totaliter obliquitate' et sic non solum convenit lineis sed quibusdam aliis. Non enim esset facile aliquid dare lineis commune et angulo rectilineo et angulo recto et hujusmodi, nisi carentia omnis obliquitatis. Multa enim sunt quorum partes describentes vel diffinientes non habent nomina positiva. Et ideo describuntur per privacionem, et hec sunt res nobiliores propter quarum nobilitatem differencie et propria earum non habent nomina aut sunt privativa. Et quod unum relatum non possit cadere in diffinicione alterius, hoc bene manifestum est in methaphysica. Planum uno modo idem est quod superficies, sicut Aristotiles et ceteri Greci utuntur pluries, sed nunc inter istas diffiniciones passionum communium dico quod planum est habens longum et latum, cujus omnes partes extenduntur in rectum. Curvum est quod a plano et recto totaliter

declinat. Concavum est quod natum est circumscribere. Convexum est quod natum est circumscribi et non circumscribere. Et hec omnia que a principio diffinicionum dicta inveniuntur, valde necessaria sunt ad cognicionem sequentium. Et sunt similiter necessaria illi qui vult plane (aliter plene) cognoscere quantitatem modo mathematico et ejus proprietates perfecte. Et tamen omnes auctores hec omiserunt, sicut Euclides qui incipit a diffinicione puncti, omittens omnia que prescripsi, cum tamen hec naturaliter precedant in ordine discipline.

Capitulum secundum, in quo acceditur ad describendum quantitatem et ejus tres species, scilicet lineam, superficiem, et corpus, et dat ordinem. |

POST hoc accedendum est ad descripciones ipsius quanti- f. 78 a 1. tatis et suarum specierum, et corrigende sunt species falso assignate quamvis hoc sit magis proprium methaphysice. Sed tamen hic sunt casus necessarii in quibus oportet probaciones mathematicas induci, ne vulgus mathematicorum contra veritatem murmuret 'non probatam'. Quantitas vero est secundum quam aliquid dicitur equale vel inequale. Hec descripcio sufficit hic pro quantitate in communi, nec alii rei convenit nisi mediante quantitate. Circa species quidem quantitatis oportet primo dicere de hiis que ad quantitatem continuam pertinent, propter hoc quod in usu mathematici est primo continua quantitas ut sequentia declarabunt. Diffinicio quidem puncti non potest dari nisi prius describatur linea in communi, ut habeamus lineam finitam cujus termini sunt puncta.

Secunda pars hujus capituli secundi.

EST autem linea quantitas continua permanens habens posicionem unam sine latitudine et profunditate, que secundum veram consideracionem non est longitudo sine latitudine cujus extremitates sunt duo puncta, licet velit hoc Euclides, quoniam linea non est longitudo eo quod longitudo est posicio vel dimensio, et hee non sunt quantitates

sed demonstrant eas, ut linea cum posita est in longum est dimensionata et longa; et ideo non predicantur hujusmodi de quantitatibus per inherenciam essencialem sed per denominacionem, et sunt proprietates quantitatum, nec deficiunt propria vocabula sui generis et differencie que in recto possunt de ea predicari, secundum quod jam diffinita est. Ceterum linea curva non habet proprie longitudinem sed posicionem in girum. Si enim ibi esset proprie longitudo esset rectitudo, sed nichil rectitudinis est in ea. Unde, f. 78 a 2. linea unde finita est habet extremitates et punc|ta, et quamvis omnis linea sit finita, et non possit esse nec intelligi infinita, ut dicit Aristotiles primo *Methaphysice* et tercio *Physicorum*, tamen linea habet extremitates in eo quod est finita, non autem in quantum est linea. Et ideo ad evidenciam diffinicionis debet addi et apponi 'finitum' quando volumus linee dare puncta in extremitatibus. Ceterum Aristotiles bene concedit locis predictis nos posse bene imaginari infinitum. Et Avicenna secundo *Methaphysice* vult quod quantitas non unde est quantitas debet dici finita necessario. Et Aristotiles hoc idem vult sexto *Topicorum*, et philosophi ante eum usi sunt infinito, et posuerunt ipsum esse in actu ut mundum infinitum, et alii spacium vacuum extra celum esse infinitum. Et ideo ad omnimodam explanacionem diffinicionis linee per puncta debet apponi 'finitum', ne ymaginacio nos perturbet, eo (aliter et) eciam quod mathematicus accipit lineam quam ipse vult in infinitum, ut Aristotiles vult tercio *Physicorum* et patet ex consideracionibus mathematice. Sed ante lineam finitam oportet punctum cognosci, qui in ejus diffinicione cadit. Punctus vero non debet describi per hoc quod est cujus pars non est, licet hoc dicat Euclides, quoniam hoc convenit unitati et multis aliis, sed est terminus linee finite. Qualiter autem punctus habet cadere in diffinicione linee finite et e contrario methaphysici est determinare, quoniam unum relative oppositorum potest cadere in diffinicione alterius, et e contrario. Curva linea est que ubique in girum equaliter declinat a rectitudine. Linea curva convexa est que nata est circumscribi, concava nata est circum-

scribere; sed tamen eadem linea est simul et semel per diversos respectus concava et convexa, scilicet ut nata est continere vel contineri, quia linea non habet profundum quod faciat concavitatem distare a convexitate. Unde non sunt diverse species linee sed una, scilicet curva que diversas habet passiones secundum diversas comparaciones et raciones.

Tercia pars. |

DEINDE oportet superficiem describi que est quantitas f. 78 b 1.
permanens et continua habens duas posiciones sine profundo, et sicut dictum est de linea, sic tamen dicitur quod superficies est que longitudinem et latitudinem tantum habet cujus termini sunt linee; licet hoc velit Euclides, minus bene dicitur, quoniam superficies unde finita est habet lineas in suis extremitatibus. Item, non omnes superficies longitudines habent sed solum plane. Curva enim non habet longitudinem proprie loquendo, sed habet posicionem duplicem secundum latum et circuitum, et plana secundum latum et longum. Superficies igitur in universali est quantitas continua habens duas posiciones sine profundo, plana vero superficies non est ab una linea ad aliam extensio in extremitates suas eas recipiens, licet hoc dicit Euclides, sed est quantitas continua permanens secundum longitudinem et latitudinem extensa. Extensio enim est posicio que non predicatur formaliter de aliqua specie quantitatis. Et preterea, superficies unde finita est habet extremitates cujus diffinicio nondum est assignatum. Aut potest dici quod superficies plana est in qua possibile est protrahi ab omni puncto ad omnem punctum lineam rectam. Superficies finita est quantitas continua habens duas posiciones sine profundo que potest pertransiri, vel cujus termini sunt linee. Recta vero superficies non dicitur sed plana, quia idem est rectum in lineis quod planum in superficiebus, si rectum sumatur pro eo quod habet longum sine latitudine et profunditate ut convenit linee, quoniam si rectum in communi sensu accipiatur convenit superficiei, ut patebit. Sed hoc non est in omni

sermone, nec quando absolute loquimur de recto; oportet enim artari hoc vocabulum per aliquod determinabile quando superficiei vel aliis convenit. Curva superficies est que latitudinem sine profundo habet in girum equaliter et f. 78 b 2. ubique. Concava superficies est que latitudinem | sine profundo et in girum habet ubique aptam continere. Convexa superficies est que latitudinem sine profundo in girum habet ubique aptam contineri; quia tamen non est profunditas in superficie, ideo una superficies per essenciam habet per diversos aspectus concavitatem et convexitatem, ut dictum est de linea.

Quarta pars capituli.

TERCIA species quantitatis continue debet annecti propter intelligenciam predictorum et propter completum intellectum quantitatis simul habendum. Facta enim est mencio de triplici dimensione et quadruplici posicione, sed non est assignata alicui triplex dimensio nec eciam posicio secundum profundum. Et ideo ne suspendatur animus legentis, dicendum est quod corpus est quantitas continua permanens que trinam habet posicionem. Nec debet addi, cujus termini sunt superficies, quia solum corpus unde finitum est natum est habere superficies. Non diffinio quidem corpus per dimensionem quia Avicenna secundo *Methaphysice* hoc reprobat; et licet sua sentencia sit nimis dura qua vult corpus unde corpus non habere dimensionum distinccionem, quia in spera non sunt distincte sed possumus incipere ubicumque volumus et primo ponere dimensionem linee deinde alias, tamen quia calumpnia est de hoc, non oportet quod corpus diffiniatur per distinccionem dimensionum in actu, et loquar de quantitate sicut oportet suum sermonem non solum intelligi de corpore (aliter corporea substantia) sed de quantitate. Sed racio quidem posicionis non habet hujusmodi calumpniam, et ideo volui corpus diffinire per posicionem. Corpus curvum est quod ubique in girum habet superficies inclinatas equaliter. Corpus concavum est quod habet concavam superficiem interiorem, corpus convexum est quod habet exteriorem superficiem

convexam, corpus simul concavum et convexum est quod habet superficiem exteriorem convexam et interiorem | concavam. Non debui diffinire planum in corporibus, licet f. 79 a 1. aliquo sensu corpus possit dici planum, quia ante racionem et modos anguli non potest cognosci corpus planum; habet enim angulum nec est vere unum quia plures habet superficies ex quibus non fit superficies vere una, ut inferius apparebit. Potui autem curvum describere ante planum in corporibus, quia in illis naturaliter primo est curvum, quoniam primum corpus ut spera habet superficiem unam curvam, et convexam exterius et concavam interius. Unde aliter est in corporibus quam in lineis et superficiebus, quia rectum precedit curvum in lineis et planum precedit curvum in superficiebus, sed in corporibus est e converso. Quoniam autem continuum est divisibile in infinitum hoc est in semper divisibilia, linea non componitur ex punctis sed ex lineis, nec superficies ex aliquibus indivisibilibus, nec corpus ex athomis que dicuntur corpora indivisibilia (aliter individua), nec est superficies ex lineis, nec corpus ex superficiebus nec lineis. Sed linea omnis componitur ex lineis, et superficies ex superficiebus, et corpus ex corporibus.

Capitulum tercium de angulo et de figura et de divisione eorum (aliter ejus) grossa propter species quantitatis continue magis cognoscenda.

OPORTET igitur aliquid de angulis dici et de quibusdam aliis communibus circa figuras in communi propter ea que in sequentibus nominantur. Angulus igitur secundum Avicennam tercio *Methaphysice* est superficies vel corpus, nam quidam angulus est superficialis et hic est superficies, quidam vero corporalis et hic est corpus. Angulus autem in communi est spacium contentum inter plures lineas in puncto aliquo concurrentes, quarum applicacio est indirecta. Angulus vero superficialis seu planus est spacium contentum inter duas lineas concurrentes in punctum unum quarum applicacio in una superficie | est indirecta, quia f. 79 a 2. cum directe opponitur una linea alii non est angulus sed

tanquam linea. Angulus vero corporalis seu solidus est spacium contentum ad minus inter tres lineas concurrentes in punctum unum, quarum applicacio non est directa nec in una superficie sed in corpore ut patet in corporibus angularibus. Quomodo autem diffiniatur angulus aliter patet ex xi° Euclidis, nec oportet nunc aliam diffinicionem haberi. Et quoniam angulus superficialis est superficies quia habet longum et latum, licet non ex omni parte clausum, et angulus corporalis est corpus quia habet longum latum et profundum, ideo inproprie dicitur ab Euclide quod angulus est alterius contactus, nam hic contactus est indivisibilis secundum longum latum et profundum, eo quod sit in puncto, et ideo diffinivi angulum per quantitatem spacii divisibilis. Anaricus vero *super librum Elementorum* Euclidis in commento disputat hanc questionem de angulo, scilicet an sit species quantitatis, et nichil solvit quod valeat, nec pertinet mathematico de hoc disputare sed ad methaphysicum, a quo mathematicus debet veritatem accipere cum exposicione simplici et fideli. Notificato angulo ut hic exigitur potest linea tortuosa dinosci. Nam ista habet angulum necessario, ut Aristotiles vult quinto *Methaphysice*, unde non est una vere sed composita ex duabus rectis, vel ex duabus curvis, vel ex curva et recta, sicut in geometricis evidentius exponetur. Figura vero dicitur que termino vel terminis clauditur undique, ut quantitas contenta infra tres vel quatuor lineas et deinceps; et secundum hoc angulus non est figura, licet sit superficies vel corpus, sed cum figura dicitur quamvis non undique claudatur, tunc angulus est figura. Angulus autem planus quidam est rectus et est ille qui ex casu linee recte super aliam nascens suo compari coequatur,
f. 79 b 1. et sic diffinitur, sive | linea perpendiculari cujus diffinicione non indigemus adhuc, et melius est res per se diffinire quam duas diffiniciones adinvicem confundi, sicut accidit quando Euclides cum perpendiculari diffinit angulum rectum. Angulus planus aliquis est obliquus, et hujus aliquis est obtusus et iste est major recto, alius est acutus qui est minor recto. Figurarum vero superficialium que

undique clauduntur, quedam clauditur linea que omnino una est, ut circulus in cujus centro est punctus a quo omnes linee ducte ad circumferenciam sunt equales. Quedam vero duobus, ut semicirculus qui ex medietate circumferencie et linea ejus extremitatibus applicata transeunte per centrum que vocatur dyameter continêtur, et porcio circuli major vel minor que ex parte circumferencie et linea ejus extremitatibus applicata, que vocatur corda, continetur. Continetur eciam aliqua superficies linea curva in cujus medio non contingit sumere punctum a quo omnes linee ducte ad lineam continentem sunt equales, et hec est quasi ovalis figure si in planicie reducatur. Que vero continetur tribus lineis vocatur triangulus, que vero quatuor quadrangulus, que quidem quinque penthagonus, que vero sex exagonus, et sic ultra. Sed inter quadrangulum et quadratum est differencia, quia quadratum est equilaterum et equiangulum, et aliud est quod habet latera opposita equalia et omnes angulos rectos et vocatur tetragonus longus, vel altera parte longior. De aliis posterius dicetur. Corporalium vero figurarum quedam habet unam superficiem omnino ut spera. Et quedam habet unam quodammodo licet non simpliciter, ut corpus ovale et corpus lenticulare quod formatur ad modum lentis, quod est genus leguminis. Et quedam duas, ut porcio spere, et semispera, et piramis rotunda, cujus basis est circulus, a quo reliqua superficies rotunda consurgens uniformiter graciliatur in acutum. Quedam | ex tribus superficiebus, ut columna rotunda que f. 79 b 2.
duas habet superficies circulares in suis extremitatibus inter quas corpus rotundum continetur. Quedam habet quatuor vel quinque vel quot volumus, ut in piramidali laterata et columnari, et multis de quibus non est mencio per singula disserendum. Hec ideo addidi propter evidenciam majorem specierum quantitatis continue prius positarum et ideo illarum descripcio pertinet ad communia mathematice sicut descripciones anguli et figure. Hos autem ideo dico ne quis redarguat tanquam essent in tractatu geometrie ponenda, quia ad communia pertinent propter intelligenciam pleniorem.

Capitulum quartum de loco et tempore.

NON solum autem oportet mathematicum dare diffiniciones quantitatis continue permanentis intrinsece sed extrinsece, cujusmodi sunt locus et tempus. Hec enim sunt extra rem locatam et temporalem, et licet locus sit in locante sicut accidens in subjecto suo, tamen comparatur ad rem extra; non enim naturaliter habet esse nisi per comparacionem ad aliquid extra substanciam locantis, et ideo dicitur quantitas extrinseca. Mathematicus igitur de hiis habet diffinire, quoniam de hiis multum tractat in Astrologia et Astronomia, et oportet quod hic (aliter hec) cum aliis partibus quantitatis diffiniatur, quia nulla complete intelligitur nisi cujuslibet ad aliam specifica differencia prebeatur; et quia hec pars communis est ad ceteras mathematice partes, ideo sicut diffiniciones subjecti Geometrie et illius subjecti partes principales debent premitti in prima parte communi toti mathematice, ut eciam Euclides fecit, similiter debent alie species quantitatis continue quas Astronomia considerat. Et hoc item ex alia causa manifestum est, quoniam non potest superficies cognosci nisi cognoscatur locus et e contrario, quoniam si superficies existimetur cognosci propter hoc quod est terminus corporis habens duas dimensiones
f. 80 a 1. vel posiciones sine | profundo, dicet cavillator quod hoc non videtur verum, quoniam locus ponitur esse alia species quantitatis, et est terminus corporis habens duas posiciones vel dimensiones tantum. Quapropter conjiceret temptator superficiem non esse hujusmodi ut diffinita est, cum alia species quantitatis participet illam diffinicionem. Necesse igitur est mathematicum diffinire locum cum superficie ut pateat in quo conveniant et in quo differant, quatenus possit stare sentencia firmate utroque.

Secunda pars hujus capituli quarti.

DICO ergo quod locus habet multa significata equivoce, et secundum suum esse potissimum, non enim nisi superficies omnino concava, continentis habens comparacionem essencialem ad profundum corporis contenti, et eundem

26 conjiceret] convinceret *MS.*

respectum immutabilem ad terminos mundi. Et secundum hoc, locus non est alia species quantitatis quam superficies, sed addit accidentia tria super superficiem, scilicet concavitatem, et comparacionem essencialem ad profundum contenti, et immutabilitatem respectus ad terminos mundi. Et sic partes mundi simplices, scilicet celi omnes preter ultimum, et quatuor elementa habent loca sua, quia superficies concava aque est locus terre naturalis et precipue in parte illa ubi se contingunt, superficies aeris est locus aque, et superficies ignis est locus aeris, et superficies celi lunaris est locus ignis, et sic ulterius de celo ad celum usque ad ultimum celum, cujus superficies concava continet celum immediatum, sed ejus superficies convexa non continetur ab aliquo. nec habet locum secundum hanc acceptacionem loci potissimam. Et licet maxime reperiatur locus sic in istis mundi partibus principalibus, tamen nichilominus in aliis rebus reperitur sed primo in illis. Preter vero concavitatem uniformem quam addit super superficiem | addit comparacionem necessariam ad profundum corporis contenti quam non exigit superficies, quoniam si non esset illa profunditas nec esset locus nec locans. Oportet enim latera et partes loci distare per profundum corporis contenti, quamvis antiqui philosophi ante Aristotilem posuerunt dimensionem vacuam inter latera continentis, sed non est ita ut Naturalis Philosophia demonstrat. Nam si bene consideremus diameter corporis locati, facit distanciam inter latera loci, et ideo de se non habet profunditatem sed a corpore locato. Aut magis dicendum est quod respicit profundum corporis quod non facit superficies. Tercio vero oportet quod locus habeat eundem respectum ad partes mundi, quoniam dum res habet eundem respectum ad oriens et occidens septentrionem et meridiem, habet eundem locum ut turris vel domus vel aliquod tale fixum, sed quando mutat hunc respectum tunc movetur de loco ad locum, et habet alium et alium locum secundum quod est propinquius et remotius a terminis mundi quam prius fuit, et hoc primo modo unus locus est una superficies et plura loca plures superficies, et sic solummodo corpora f. 80 a 2.

habentia convexam omnino superficiem habent locum, et si ultimum celum non habeat in ipso tamen est aptitudo corporis ad hoc ut circumscriberetur si esset aliquid circumdans ipsum. Aptitudo igitur in eo est ut haberet locum, licet nunquam reduceretur ad actum. Et hec corpora sunt prima quorum quodlibet habet unam solam superficiem et non plures, et hujusmodi sunt omnino sperice figure et aliquo modo in ovali figura et lenticulari, licet non simpliciter. Aliter vero sumitur locus septem modis particularibus, quorum quilibet sumitur per defectum alicujus vel plurium condicionum loci nunc descripti, qui non sunt presentis speculacionis sed naturalis philosophi et methaphysici et astronomi, propter quod supersedeo ad hanc
f. 80 b 1. horam. Quod | autem ad Astronomiam pertinet inferius ostendetur. Octavus modus est hic proprius, et est quod locus est spacium superficiale vel corporale circa punctum unum, et sic non accipitur ut in prioribus modis quoniam in illis corpus solum habet locum primo et per se. Partes vero corporis et accidentia et termini corporis et anima in corpore habent locum per accidens, et ideo superficies que est terminus corporis habet locum per accidens secundum dictos modos. Sed hic accipitur locus prout debetur superficiei per se sicut corpori et prius superficiei quam corpori secundum quod Aristotiles 3° *Celi et Mundi* et Averrois accipiunt locum repleri; ibi enim dicit Averrois quod paucitas superficierum replentium locum sive sua loca est causa paucitatis corporum replentium sua loca. Et ideo primo debetur talis locus superficiei et secundario corpori. Sic ergo locus est spacium plenum superficiale vel corporale circa punctum unum. Et ideo locus hic est superficies circa punctum unum ymaginata, vel corpus ita quod nec attendatur hic concavitas nec respectus ad continens (aliter contentum) nec respectus ad terminos mundi, sed solum spacium superficiale vel corporale circa punctum unum. Et hoc spacium superficiale comprehenditur in quatuor angulis rectis quia tot et non plures possunt esse circa punctum unum in superficie ex interseccione duarum linearum ad angulos rectos; ut patet

ad sensum, quoniam si una aliam intersecet ad angulos obliquos, illi obliqui valent quatuor rectos, et si tres vel quatuor vel quicumque (aliter quantumcumque) se intersecent in puncto uno superficiei unius omnes illi anguli non occupant nisi spacium quatuor angulorum rectorum, ut patet. Corporaliter vero circa punctum unum sunt octo anguli quorum quilibet ex tribus rectis consistit, ductis tribus lineis rectis ad angulos rectos intersecantibus se secundum longum latum | et profundum, ut patet ex- f. 80 b 2. perienti ad sensum. Quando igitur figure congregate circa punctum unum superficialiter vel corporaliter implent omnes alios (aliter illos) angulos, dicuntur locum replere, et hoc inferius patebit magis, quia in practica Geometrie determinabitur de replecione loci secundum hunc modum et de numero corporum et superficierum replentium sua loca.

Tercia pars.

TEMPUS est quantitas successiva continua habens dimensionem sine loco (aliter lato) et profundo; aliam solam habet dimensionem linearem, scilicet que deducitur secundum prius et posterius, scilicet secundum preteritum et futurum, secundum quod motus habet prius et posterius qui est subjectum temporis, et motus non habet dimensionem nisi linearem secundum lineam spacii. Tempus autem omne finitum est a parte ante quia pertransitum est. Instans igitur est finis vel principium temporis et vocatur ‘nunc’, se habens ad tempus sicut punctus ad lineam finitam. A parte autem post potest tempus continuari in infinitum et potest eciam finiri. Tempus vero species non habet, sed partes integrales sibi invicem succedentes, et instans complerat partes temporis adinvicem et sic habet esse sufficiens rei successive et non possunt duo tempora esse simul set oportet quod sibi invicem succedant. Unde unum est tempus omnium motuum, scilicet tempus quod mensuratur revolucione primi celi ab oriente in occidens in idem punctum orientis. Et si hujusmodi motus cessaret et fieret alius motus quicumque oporteret quod esset tempus ei respondens pro mensura, et ita tempus posset renovari

postquam omnino esset corruptum. Et hec omnia habent dubitaciones graves quas methaphysicus et naturalis habent diffinire. Quamvis autem magis appareat mensura que est tempus, necesse est aliquid dici de aliis mensuris durandi, videlicet de evo et de eternitate, ne mathematicus nimis involvatur obscuritatibus. Et ideo sciendum quod evum est mensura cujuslibet rei create et permanentis, sive
f. 81 a 1. quantum ad esse permanens | in creatura sicut tempus est mensura esse successivi in rebus creatis, et ideo evum habet privacionem successionis, nec habet partem post partem, nec partes simul existentes—partes dico quantitativas—et est ad tempus sicut species ad corpus. Species evum non est divisibilis, ut linea, superficies, et corpus, nec propter hoc est indivisibilis ut punctus; similiter evum nec est instans nec tempus, sed aliquid nobilius quod maxime et precipue mensurat esse spirituum, quod est sempiternum et interminabile a parte post non a parte ante, quia omnia creata inceperunt esse, sed multa sunt creata que erunt sine fine quoniam sunt incorruptibilia, sicut methaphysicus habet certificare; et hoc 'evum' in libro *de Causis* et alibi vocatur eternitas. Sed intelligendum est quod hec eternitas est creata, et est idem quod perpetuitas vel sempiternitas, et est accidens esse permanenti in rebus, sicut eternitas vera est increata et non habet principium neque finem, de qua dicit Boetius quinto *de Consolacione* quod est 'interminabilis vite possessio tota simul', et est divina essencia quia ei non accidit aliquid, sua enim essencia est sua mensura duracionis et sua duracio, quia quidquid est in deo est deus. Eternitas igitur increata, cum sit deus, non potest esse in predicamento quantitatis, set eternitas creata cum sit de genere rerum creatarum est necessario in predicamento aliquo decem. Et quoniam est mensura durandi per oppositum contra tempus, oportet quod sit in predicamento eodem in quo est tempus, et sub eodem genere generalissimo, et quod sit species illius predicamenti sicut substancia incorporea est in eodem predicamento cum corpore et sub eodem genere generalissimo. Sed quantitas ut ei asscribitur divisio et partes secundum quod communiter loquimur de

quantitate non potest predicari de evo. Secundum predicta accidit gravis dubitacio qualiter collocabitur evum in predicamento cum tempore | sub eodem genere generalissimo, f. 81 a 2. sed tractatus methaphysicus expedit nos de hoc cum aliis ei propriis quoniam certificat omnia hujusmodi. Hec necessario existimavi debere hic dici propter intelligenciam temporis, licet mathematicus non procedat circa passiones aliarum mensurarum durandi, et ideo per viam narracionis processi in evo et eternitate, ut in universali nunc tempus plenius agnoscatur.

Capitulum quintum primo describens numerum cum unitate, secundo speciem numero coequevam.

Postquam vero habitum est de speciebus quantitatis continue, nunc propter majorem intelligenciam predictorum, eo quod oppositorum prope positorum major est evidencia, et complementum tractandi de quantitatis speciebus accidit ex hoc, oportet annecti aliquid de quantitate discreta que est duplex, una permanens alia successiva. Permanens est numerus quem unitas naturaliter precedit, et unitas, ut dicit Jordanus, est esse rei per se discretiva. Et alibi dicitur quod unitas est qua quelibet res est una, set secundum primam descripcionem non esset alia rerum descripcio quam unitas et unum. Et in secunda diffinitur unitas per seipsam, propter quod nec mathematico nec methaphysico placere debent hujusmodi descripciones. Nec unitas bene diffinitur per numerum dicendo quod sit principium numeri, quia posset esse unitas et si non esset numerus set res, non posset esse sine sua diffinicione nec sine descripcione. Preterea numerus est omnino posterior et habet per unitatem diffiniri, et Averrois vult super quartum et quintum (aliter undecimum) *Methaphysice* quod unitas sit essencia rei, et nichil addit super eam. Et multi traxerunt ex hoc errorem simpliciter consentientes Averroi. Alii duplicem errorem distinguentes unitatem in substancialem et accidentalem, cum solum sit unitas nature (aliter vere) in predicamento quantitatis; sed hos errores singulos elimi|nare est f. 81 b 1.

proprium Methaphysice. Propter quod dico quod unitas est accidens per quod, per se res quelibet habet esse in se indivisum ab alio quocumque dato discretum. Numeri vero diffinicio principalis non est per unitatem, quia non est unitas genus numeri nec differencia nec subjectum, per hec enim tria diffiniuntur accidencia diffinicione principali et completa. Et ideo omnes diffiniciones numeri date per unitatem habent aliquam calumpniam, cum unumquodque habeat diffiniri meliori modo quo potest, et si sint alii modi debent secundario assignari. Dico igitur quod numerus est quantitas discreta permanens. Et tamen (aliter cum) diffinicio materialis seu ex partibus integralibus detur per unitates, sicut Aristotiles dicit quinto *Methaphysice* quod 'senarius non est tria et tria sed semel quinque', quamvis enim componatur numerus ex numeris sicut ex unitatibus, tamen Avicenna tercio *Methaphysice* docet quod non attenditur essencialis et principalis composicio numeri nisi ex unitatibus, sicut Aristotiles docet. Species autem numeri patent, ut binarius, trinarius. et hujusmodi, et ideo de hiis non est amplius dicendum ad presens.

Secunda pars.

Que vero sit natura quantitatis discrete non-permanentis, et quomodo vocetur, et que sint et vocentur ejus species, adhuc non est ab actoribus quos vidimus certificatum ut oportet. Multa enim latent circa hanc speciem quantitatis quam Aristotiles potissimam dicit, et ejus expositores, scilicet Avicenna, Alpharabius, Themistius, Averrois, et Alexander, et alii Arabes, non dicunt quid dignum quod venerit ad manus Latinorum. Boetius eciam aliquid tangit in commento juxta literam Aristotilis quam transtulit, licet non certificet nos in aliquo, et moderni nichil sciunt hic, sed ad omnem errant posicionem quod methaphysicus habet edocere. Ponam quidem in *Methaphysicis* opiniones
f. 81 b 2. principales de hac specie quantitatis, et ideo non oportet hic eas recitari quia false sunt, nec certificari potest veritas hic, sed supponi ex *Methaphysicis* cujus (aliter quorum) est species predicamentorum sicut rerum omnium declarare.

Ramos eciam quos extraxi de radicibus antiquorum hic recitabo, donec in *tractatu Methaphysico* probavero quid tenendum. Dico igitur quod sonus non est in tercia specie qualitatis nec in ⟨hujusmodi⟩ et multis aliis assimilantur sensibus propriis propter raciones varias, sed est solum in predicamento quantitatis, et est species divisa contra numerum. Unde sonus est quantitas discreta non-permanens, et componitur ex divisibilibus et discretis que non copulantur ad communem terminum, sicut apparet in litteris tam consonantibus quam vocalibus, quia vocalis habet sonum penitus indivisibilem, et consonantis sonus, licet non possit absolvi, tamen unus est sonus cujuslibet consonantis quem impossibile est dividi in sonos duos duarum litterarum. Similiter in cantu et in sonis instrumentorum musicalium inveniuntur indivisibilia proporcionalia vocibus litterarum, precipue cum soni generentur singuli ex singulis tremoribus discretis indivisis partibus aeris. Et non est sonus quantitas continua, licet tremor et motus rarefaccionis et percussionis facientes sonum sint in tempore longo vel brevi, sed generatur sonus indivisibilis in instanti, et alius in alio, inter quos est tempus medium in quo manet esse soni ad horam brevissimam. Sed hec omnia, et majora hiis, habet certificare methaphysicus. Et tamen sciendum quod motus hujusmodi parvi in tercia specie qualitatis consistunt, ut dictum est in *Logicalibus* et probatum in *Methaphysicis* et per se mensurantur tempore longo vel brevi et non per accidens, sed sonus indivisibilis quantum ad ejus generacionem non mensurantur tempore brevi vel |
longo sed in instanti; nec eciam est terminus motus primus f. 8a
et principalis set accidentalis quia hujusmodi motus sunt locales, et ideo 'ubi' est eorum terminus per se et primo et locus secundario et erit sonus terminus eorum per accidens et non per se, quapropter 'ubi' et locus non sunt quantitates discrete sed sonus. Cetera que habent requiri circa hanc materiam expediet tractatus *Methaphysice* sicut sciencia domina ceterarum.

4 ⟨hujusmodi⟩] *blank in MS.*

Distinccio tercia de divisione Mathematice, habens quinque capitula. Primum est de divisione Mathematice in partes novem, cum ordine earum.

Hec distinccio tercia continet divisionem totius Mathematice secundum sui subjecti divisionem prefatam: quedam autem sunt communia omnibus partibus quantitatis, et quedam sunt propria cuilibet. Et Mathematica habet duas partes principales, quarum quedam est de communibus et alia de propriis, et hanc divisionem ponit Alpharabius in libro *de Scienciis*. Et hec pars Mathematice non debet vocari Geometria nec Arismetica nec Astrologia nec Astronomia nec Musica, sed de elementis et de radicibus totius Mathematice que debent premitti ante partes speciales. Que in nomine convenit cum libro Euclidis qui vocatur *Liber Elementorum et Radicum*, quem dividit in libro *de Scienciis* Alpharabius contra ea que sequuntur hunc librum Euclidis. Et non solum in nomine cum libro Euclidis hoc primum convenit, sed in re aliquantulum et substancia, quamvis eciam partim in modo partim in substancia differe realiter cognoscatur. Nam Euclides succincte procedit, non omnia determinans que necessaria sunt huic parti Mathematice, sed secundum quod ei tunc temporis videbatur. Multa enim addita sunt ab aliis ad dicta Euclidis, ut totus xiiij^{us} liber et plura alia, et liber *de Speris* et ceteri tractatus Geometrie et Arismetice certiores. Et sic est de Communibus Mathematice quod, scilicet ad dicta
f. 82 a 2. ejus, sunt multa addita et adhuc alia | necessaria addi debent. Differt autem tractatus hic de *Communibus* a libro Euclidis, quia hic non ponuntur nisi communia tantum, ipse vero miscuit cum propriis communia, ut prius dictum est et infra plenius apparebit. Sed pars secunda habet duas partes magnas, scilicet speculativam et practicam, et speculativa habet quatuor partes magnas, scilicet Geometriam speculativam, Arismeticam speculativam, Astrologiam speculativam, et Musicam speculativam. Similiter practica habet quatuor magnas partes, ut Geometriam practicam, et ceteras. Et universaliter differt

speculativa a practica, quia practica descendit ad opera utilia in hoc mundo et instrumenta sapiencie, set speculativa non ymmo considerat quantitatem absolutam ab omnibus operibus et specialibus instrumentis. Quoniam vero speculativa completur per suam practicam, et evidentius per eam apparet, et e converso, ideo conjungam quamlibet practicam cum sua speculativa correspondente. Si igitur sit sciencia de quantitate continua intrinseca, scilicet linea superficie et corpore absolute considerando, sive in corporibus operum et instrumentorum scienciarum et civilium negociorum, sic est Geometria cum sua practica. Et dicitur hoc nomen Geometria a 'ge' quod est 'terra' et 'metron' quod est 'mensura', quia mensuraciones terrarum fiunt per eam; non tamen hee sole mensuraciones fiunt per illam, sed ideo dicebatur sic, quia magis est nota illa mensuracio et magis in usu vulgi quam aliarum rerum et primo facta est, et ideo hoc nomen dictum est a notiori et priori, et est nomen Grecum transformatum ad declinacionem Latinam. Si vero sit de quantitate discreta et permanente que est numerus, sic est Arismetica cum sua practica; et est Grecum vocabulum derivatum ab hoc nomine 'arithmos' quod est numerus. Si vero sit de quantitate extrinseca cujusmodi sunt locus et tempus ut in celestibus, et elementis ut sunt partes mundi, et simul | cum hiis de quantitate continua f. 82 b 1. intrinseca et discreta que est numerus in eisdem corporibus, sic est Astrologia cum sua practica que Astronomia vocatur; licet Papias et alii pluries velint e converso, non instructi in hiis scienciis, et eciam auctores aliqui confundunt hec nomina, et unum pro alio multociens accipiunt. Sed Astrologia componitur ex hoc nomine 'astrum' quod est 'stella' et hoc nomine 'logos' quod est 'verbum' vel 'racio' vel 'sermo' quia est sermo de stellis; Astronomia vero dicitur lex stellarum et 'nomos' est 'lex', unde quia lex universaliter sonat in practicam, ut in Morali Philosophia lex est ipsa practica, ita similiter Astronomia est practica Astrologie. Si vero sit de quantitate discreta non-permanente cujusmodi est sonus, ut postea

33 'nomos'] monos *MS.*

dicetur (aliter tangetur), sic est Musica speculativa cum sua practica.

⟨*Secunda pars hujus capituli primi.*⟩

ORDO autem earum adinvicem sic consideratur. Omnia que considerantur in Astrologia et Astronomia certificantur per vias geometricas et arismeticas, ut vult Ptholomeus in principio *Almagesti*, et per omnia que sunt in musicalibus manifestantur per vias numerorum et figurarum, ut planum est expertis Musice; et ideo Geometria et Arismetica precedunt alias, sed prior est Astrologia cum sua practica quam sit Musica, quoniam geometricalia et arismeticalia magis se habent ad Astrologiam et Astronomiam quam ad musicalia. Ea enim que sunt Geometrie speculative et Arismetice speculative longe plus operantur in astrologicis et astronomicis quam in Musica, et ea que sunt de practicis Geometrie et Arismetice, si multum valeant ad musicalia, tamen magis ad astrologica et astronomica. Et iterum faciliora longe sunt ipsa astrologica et astronomica quam musicalia, quoniam ita habundanter et evidenter geometricalia et arismeticalia descendunt in astrologica et astronomica, quod longe magis |
f. 82 b 2. convenit dari causas in eis quam in musicalibus, et longe plus possunt scire in illis quam in Musica, et pauciores sunt dubitaciones et errores, cujus signum est quod parum de potestate Musice apud Latinos notum est causaliter, et propter quid, licet quicquid est . . . magis quam philosophice multis sunt de musicalibus nota, et ideo parum est apud Latinos de potestate Musice cum tamen multum sit de aliis partibus Mathematice. Et omnes tractantes mathematicalia posuerunt musicalia ceteris difficiliora, et velut terminum totius Mathematice, propter quod Avicenna finem componit Mathematice per scienciam Musice quam ultimo pertractavit. Sed certum est quod Geometria precedit Arismeticam in ordine doctrine, ut racionibus methaphysicis et naturalibus est ostensum in scienciis superioribus, quod nunc mathematice leviter manifesto. Nam prius tractat Euclides de quantitate continua quam discreta, et prima demonstracio de continua

25 est . . .] *end of line blank.*

est ostensiva, prima vero de discreta est ad impossibile. Sed ostensivum argumentum prius est argumento ad impossibile; et numeri lineares superficiales et corporales omnes nominantur a quantitate continua, non sic omnes quantitates continue a discreta, quamvis in aliquibus accidat hoc. Nec possunt ea que volumus manifestari in numeris nisi per figuraciones et lineaciones, ut patet in Arismetica; et sensibilior est figuracio quam numeracio et magis demonstrabilis ad sensum, quia corpora exhibentur sensui in figuracionibus, non sic in numeracionibus; et videmus multos homines bene figurare qui rudes sunt in numeracione, sed non e contrario nisi rarissime, quando aliquis est natus ad discrecionem numerandi. Et videmus multos occupari in geometricis et longe pauciores in arismeticalibus, et longe plura opera humana fiunt per figuraciones quam per numeraciones, nam figura debita requiritur in omni | operacione et quantum f. 83 a 1.
ad instrumenta operandi in omni arte, et quantum ad ipsa opera effectus, et addiscentes Mathematicam longe citius et facilius comprehendunt ea que pertinent ad figuraciones quam ad numeros; quapropter tenendum est quod in ordine discipline Geometria est prior. Quod igitur in libro *Predicamentorum* et *Methaphysica* Aristotiles vult Arismeticam esse priorem Geometria, hoc est intelligendum quantum ad ordinem nature non in ordine discipline, et sic auctoritas Boetij in qua primum ponit Arismeticam quam Geometriam intelligenda est in ordine nature non doctrine.

Capitulum secundum de divisione Geometrie speculative et practice quantum ad primam ejus partem principalem que multas habet partes.

GEOMETRIA vero speculativa est prior quam sua practica, quia operacio addit supra nudam speculacionem, et universaliter finis speculative est practica, et difficilior et nobilior et longe utilior, sicut finis se habet ad ea que sunt ad finem. Geometria igitur speculativa docet omnes partes quantitatis continue intrinsece, et omnes partes et omnes passiones propria earum et omnes causas absque eo quod descendat

ad instrumenta et operaciones et cetera opera utilia in hoc mundo. Et apud Latinos non est tradita speculativa ab uno auctore nec in uno volumine sed partim in libro *Elementorum* Euclidis vulgato, et in libro ejus *de Quantitatibus Datis*, et in libris eciam Theodosij *de Speris*, et in libro Jordani *de Triangulis*, et hoc per causam et propter quid, sed apud Censorinum et Marcianum et alios traditur per viam narracionis et quia est, simpliciter sine causa. Et hoc non potest habere nisi tres partes principales adinvicem naturaliter distinctas. Prima est de lineis, secunda de super-
f. 83 a 2. ficiebus, tercia de corporibus; set anteriores | omnes et doctores sequaces miscuerunt has tres partes adinvicem, nunc proponentes de lineis aliqua, nunc de superficiebus, nunc de corporibus, et ita conclusiones de singulis inferentes, quos adhuc imitor in hac parte ne nimia novitate videar destruere sapienciam antiquorum, cum tamen non dubitem quin sicut linea est ante superficiem naturaliter, et hec ante corpus, sic passiones considerande in lineis priores sunt passionibus superficierum, et ille que superficiebus conveniunt precedunt corporum passiones. Sed quia in aliis multis immuto processus antiquorum, et satis notor per hoc in hac parte, nunc supersedeo super hac maxima immutacione donec sciencie studiosi deduxerint in familiaritatem immutaciones quas feci, et interim hanc immutacionem grandem conabor demonstracionibus innovare. Specialiter quidam insistam divisioni practicarum non solum Geometrie sed aliarum, quia ex hiis magis quam ex speculativis laus et utilitas Mathematice oriuntur.

Secunda pars hujus capituli secundi.

PRACTICA vero Geometrie descendit ad instrumenta scienciarum et mensuraciones et cetera opera utilia in rebus utilibus (aliter civilibus) et habet octo partes magnas. Et quoniam nata est nobis via a facilioribus et communioribus, ideo dico quod Geometrie practice pars prima quoad usum hominum pertinet ad scienciam regendi familias et civitates que vocatur Agricultura, que omne genus agri considerat, scilicet sacionarium, pascuum arboribus tam silvestricis

quam domesticis consitum, et ortum, in quo nascuntur omnia communia specierum et radicum et herbarum et olerum et omnium que in usu humani corporis, tam pro victu quam pro medicina, considerantur. Quoniam vero hec Agricultura habet disposicionem de operibus et utilitatibus familiarum et civitatum et hec habet ordinare de edificiis et omnibus | que sunt eis annexa sicut patet in libris f. 83 b 1. hujus artis, licet denominetur ab una partiali occupacione que est cultus agrorum, propter hoc extendit se ad ordinandum ea que pertinent ad regimen domuum et civitatum, et in hiis multa de practicis Geometrie requiruntur. Unde practica que deservit isti sciencie habet sex partes, inter quas primo occurrit scire que figure Geometrie plus capiant et que replent locum quem capiunt, nam hee sunt radices omnium ; propter quod prima pars Geometrie practice est de figuris ysoperimetris et replentibus locum. Ysoperimetra dicuntur que adinvicem commensurantur, ut patebit inferius, et quid sit replere locum est superius annotatum. Secunda pars hujus Geometrie practice est mensuras docere quomodo, scilicet alta et lata et profunda, hoc est, quomodo linee superficies et corpora mensurentur. Hec autem mensura est necessaria domibus et civitatibus constituendis, et agris distinguendis, et aliis rebus civilibus mensurandis, propter quod Agricultura requirit unam partem Geometrie practice, que extendat se ad hujusmodi et sciat componere instrumenta ad hoc et sciat eis uti, ut hujusmodi mensuraciones in rebus civilibus habeantur. Et habet tres partes famosas, scilicet Altimetriam, Planimetriam, et Superiometriam. Altimetria docet altitudines et longitudines mensurare, Planimetria docet latitudines et superficies, Superiometria profunditates et corpora. Et hec est pars secunda Geometrie practice prout ad hanc scienciam ordinatur, et pars ista est in figuracione civitatum, castrorum, domorum, turrium, et hujusmodi. Et pars quarta est in fabricacione canalium et conductuum aquarum, et pontium ingeniosorum, et navium, et instrumentorum natandi, et permanendi sub aquis. Et quinta est de fabricacione instrumentorum utilitatis mirabiliter excellentis, ut instrumenta |

f. 83 b 2. volandi et deferendi in curribus sive in animalibus in incomparabili velocitate et navigandi sine remigatoribus velocius quam estimari possit per manus hominum fieri: hec enim facta sunt diebus nostris ne aliquis subrideat vel stupescat. Et hec pars docet formare instrumenta per que possunt incredibilia pondera elevari et deprimi sine difficultate et labore, ut homo per se possit seipsum et quicquid vellet elevare et deprimere, et de carcere se erigere in sublime, et erectum ab alto deprimere sicut vellet. Ceterum docet artem trahendi omne resistens ad quemcumque locum volumus in plano, ita quod unus homo trahet mille contra sensum eorum et voluntatem, et consimilia que eciam nostris temporibus sunt peracta. Sexta consistit in fabricacione machinarum ad tuendum ab inimicis domos et civitates et ad eos expugnandum cum fuerit oportunum. Et horum omnium raciones et causas habet geometer practicus assignare, et mechanici est solum dare, cujus est operari manualiter sine cognicione causarum omnium sicut bruta et inanimata, ut vult Aristotiles primo *Methaphysice*. Et hee practice omnes traduntur in libris propriis secundum numerum earum, et notum est illis qui eas sciunt, quorum nomina sunt imposita secundum proprietatem earum, ut liber *de Ysoperimetris* et *de Replentibus Locum*, et *de Curvis Superficiebus* Archimenidis, et *liber Trium Fratrum* et ceteri de Altimetria, Planimetria, et Superiometria, et liber Vitruvii et aliorum *de Architectura*, et liber *de Conductibus Aquarum*, et ceteri secundum practicarum exigenciam singularum, quorum omnium utilitates intendo sub compendio dare et certius tradere, quia multa superflua in libris hujusmodi inveniuntur et multa necessaria desunt, ideo non sufficiunt illi libri ad plenam utilitatem obtinendam.

Capitulum tercium de secunda parte principali Geometrie practice et de aliis usque ad octavam. |

. 84 a 1. SECUNDA pars principalis Geometrie practice est de composicione instrumentorum omnium scienciarum, et hec habet septem partes principales secundum numerum septem scienciarum particularium practicarum et operativarum in

corporibus. Prima docet componere omnia instrumenta Astrologie et Astronomie, ut sperarum, conium, cilindrorum, quadrantium, astrolabiorum planorum et spericorum, armillarum, torquetorum, et instrumentorum in quibus motus stellarum sunt equati et certificati ita quod non oporteat plus laborare nec continue investigare motus per labores perpetuos, sicut modo faciunt astrologi. Et hoc instrumentum includit omnia alia predicta et valeret plus quam de facili possemus explicare, et hoc posset fieri planum vel spericum sicut astralabium inter que esset magna differencia bonitatis. Et ad hec omnia potest addi unum instrumentum quod hec omnia longe excederet, quod motu naturali movetur sicut celum, sed in hoc instrumentum geometricus per suam industriam non veniret. Item docet composicionem multorum aliorum instrumentorum per que certificantur loca celorum et stellarum et eorum que generantur in aere, cujusmodi sunt yrides, comete, et cetere impressiones inflammate et hujusmodi, et nubes et hujusmodi, que in aere renovantur. Alia pars est que docet ⟨per⟩ demonstracionem et narracionem composicionem omnium instrumentorum Musice, que non solum docet instrumentorum communium fabricacionem ut sunt cithare, vielle, psalteria, et hujusmodi, sed docet componere instrumenta specialia in quibus soni et armonie resonent ad excitandum affectum hominum et brutorum quocunque modo voluerimus, in quibus mirabilia contingunt ut inferius exponetur. Et tercia pars docet composicionem omnium instrumentorum Perspective que est de visu, ad cujus utilitatem hec pars Geometrie practice docet compo|nere septem genera speculorum: planum, f. 84 a 2.
spericum, piramidale, columpnare, intra et extra polita, in quibus appareant reflexionum dimensiones, et insuper docet instrumenta componere in quibus appareat ad sensum quomodo anguli incidencie et reflexionis sunt equales, ceterum quomodo fracciones mirabiles radiorum appareant in instrumentis. Quarta pars docet formare omnia instrumenta sciencie ponderum, in quibus est magna utilitas et multis modis. Quinta docet facere omnia instrumenta sciencie experimentalis, que sciencia docet experiri omnia secreta

nature et artis ad que alie sciencie non possunt attingere, et hec sic docet figurare specula et perspicua, ut mirabilia operum nature appareant et varie multiplicaciones et projecciones radiorum et ceterarum virtutum agentium naturalium, ita ut maxima appareant minima et e contrario, et cum voluerimus, et longe posita videantur propinqua, et e contrario, ita ut in incredibili distancia videremus arenas et litteras minimas minutas, et ut altissima videantur infima et e contrario, et occulta viderentur in aperto et aperta occultarentur, et quod unum videretur innumerabilia et e contrario, ita ut plures soles et plures lune viderentur per artificium hujusmodi Geometrie. Contingeret eciam sic formare corpora ut videremus res veraciter, et euntes ad loca visionis nichil videremus nec inveniremus. Quamvis autem hec quodammodo pertineant ad visum et scienciam de visu, tamen usus istorum principaliter pertinet ad scienciam experimentalem que docet uti hiis propter commoda reipublice et regimen regionum. Perspectivus enim accipit hec ad delectacionem, set sciencia Experimentalis ad utilitates personarum et multitudinis procurandas, et ideo principaliter pertinent hec ad sciencias que experimentales anthonomastice nominantur. Et hujus quinte partis pars f. 84 b 1. principalis est que | docet per demonstracionem et narracionem sic figurare corpora ut comburant omnia, non solum per specula concava que ad solem posita accendunt ignem, ut probatur in libro *de Speculis vulgatis*, sicut patet per experienciam, sed per ovalia et anularia et alterius figure, a quorum superficiebus omnes radii cadentes reflectuntur ad unum punctum, et in omni distancia quam volumus, sicut demonstratur in libro *de Speculis Comburentibus*. Et hujus est ordinare de astralabio sperico quod moveatur motu celi naturaliter, inveniendo viam ydoneam quam geometer habet figurare subtiliter. Et sexta pars Geometrie practice dicitur que docet figurare instrumenta medicine et cyrurgie. Et septima que docet figurare instrumenta Alkimie, in quibus est grandis subtilitas, ut Avicenna docet sexto libro, introducens quadraturam circuli, quatenus ad similitudinem circuli et quadrati proporcionalis circulo in

figuracione vasorum illius sciencie excitet geometram. Et ideo si volumus proprie loqui de sciencia cujus est formare instrumenta aliarum, dicemus quod Geometria practica est hujusmodi que sola habet dare omnia instrumenta scienciarum que per figuraciones debitas habent fieri. Ad hanc enim solam pertinet figuracio, quamvis alie sciencie que utuntur instrumentis precipiant ea fieri, et innuant quomodo habent fieri, sed que exequetur artem faciendi illa est Geometria practica. Et ideo si astronomus vel alius ordinet et jubeat fieri sua instrumenta, non potest ipsemet facere in quantum talis est, sed si vult se extendere ad hoc usurpabit officium Geometrie practice.

Capitulum quartum de divisione Arismetice speculative et practice.

DEINDE sequitur Arismetica cujus speculativa docet species numerorum et passiones eorum et causas absque eo quod descendat ad opera utilia in scienciis et rebus, et hec traditur apud Euclidem | et Boetium per viam cause et f. 84 b 2.
propter quod, et apud Marcianum et multos per modum narracionis et quia est. Boetius autem, licet secundum modum procedendi non videatur sic demonstracionibus uti sicut Jordanus, tamen virtus et sciencia demonstracionum Jordani ex fontibus Boetii oriuntur. Unde optimus liber est *Arismetica* Boetii et utilior quam liber Jordani, quia pauca de numeris demonstranda sunt sub modo demonstrandi quo utitur Jordanus, ut inferius manifestabitur evidenter, et ideo in isto libro magna superfluitas et curiositas continetur. Et habet speculativa tres partes principales secundum triplicem numerorum distinccionem, sed quoniam hec distinccio non potest adhuc sciri, ideo nec divisio partium hujus speculative presentibus elucescet. Nec oportet, quia non ponuntur hic partes Mathematice principaliter nisi ut ejus utilitas et laus manifestentur, que precipue in partibus reperitur practicis; et ideo istarum practicarum divisio debet evidencius assignari. Practica vero Arismetice primo descendit ad racionem numerorum secundum viam abaci,

36 abaci] abbati *hic et ubique MS.*

id est, mense Pictagorice, in qua numeri considerantur secundum partes xij, in quas res omnis integra dividitur, in quo stetit computacio antiquorum. Pars secunda docet vias algorismi, scilicet quomodo conjungantur numeri et dividantur secundum omnem speciem algorismi, tam in particularibus fractionibus quam in integris. Tercia pars est que per hanc secundam partem docet omnes tabulas Astrologie et Astronomie componi, non solum vulgatas sed que 'almanac' vocantur in quibus scilicet sunt motus planetarum omnino equati, ut motus Solis ad quatuor annos et Saturni ad lix, et sic de aliis ut fiant de singulis tabule speciales que sunt infinite utilitatis. Nam sicut in calendario nos vidimus festa annuatim, sic in hiis tabulis que 'almanac' vocantur videmus loca stellarum a principio mundi usque |
f. 85 a 1. in finem. Et istud eciam excederet instrumentum equatum de quo superius dictum est preter ultimum in quod solus geometer non poterit devenire. Quarta pars ejus est que docet pondera et mixtiones. Quinta pars docet ordinare omnes species negociacionum in emendo, vendendo, locando, conducendo, mutuando, accomodando, expendendo, conservando, et explicat subtilitatem computacionum occultarum in eis. Sexta docet artem mensurandi altitudines, longitudines, latitudines, et profunditates penes numeros, sicut Geometria practica penes figuras et lineas. Septima docet propter tedium amovendum et in solacium hominum ludos Pharaonicos constituere, cujusmodi sunt ludi Rithmimachie. Hec enim pars constituit duos reges in numeris et duas numerorum acies ingerens tabellis (aliter caballis) et congredientes adinvicem ad modum scacorum ludi, in quibus numerorum pugna mirabili subtilitate et jocunditate conseritur numerus uterque acierum hinc inde se aggredientium ad similitudinem militum in excercitibus et bellis, et ideo hic ludus sapiencie vocatur Rithmimachia, id est, numerorum pugna, nam ad 'rithmo' Grece 'numerus' est Latine, et 'machia', media producta, 'pugna' dicitur in Latino, et hec traduntur in libris propriis per singulas practicas nominatis,

31 acierum] *al.* aciebus *MS. marg.* aggredientium] aggredientibus *MS. marg.*

ut in libro *Rithmimachie* et in *Algorismo* completo in integris et fraccionibus, et in *Algebra* que est ‘negociacio’, et in *Almagabale* que est ‘census’, et in libro *Abbaci*, et in aliis practicis Arismetice, licet non isto ordine quem inter partes has nunc michi placuit observare.

Capitulum quintum de divisione sciencie celestis que in Astrologiam et Astronomiam dividitur.

DEINDE sequitur Astrologia speculativa et ejus practica que dicitur | Astronomia. Speculativa principaliter duo f. 85 a 2. docet: unum est de certificacione quantitatis terre et figure ejus et partium habitabilium et non-habitabilium propter aquam; et aliud de certificacione eorum que sunt in celo ut de locis et temporibus et motibus et magnitudine et figura et numero et altitudine et spissitudine et hujusmodi. Et hoc traditur a Ptholomeo in libro *Almagesti* per causas cum adjutorio Geber et Thebith et ceterorum magistrorum probacionis qui fuerant post Ptholomeum, et traditur in libris Alfragani et Marciani et aliorum per viam narracionis. Et hec sciencia Astrologie, que speculativa est, rectificat per viam speculacionis ea que dicta sunt in celestibus, et dat causas omnium, et non extendit se ad ea que apparent in aere, cujusmodi sunt impressiones dicte ut comate et hujusmodi, quia ejus consideracioni nullatenus sunt subjecta. Sed ejus practica que vocatur proprie Astronomia supponit omnia que ab astrologo decursa sunt, et vult ab omni homine . . . habere certitudinem de locis planetarum et stellarum fixarum, ita ut totum sit ei per equaciones certificatum, et ordinat se tabulis specialibus et instrumentis ad has, et jubet geometre et arismetico practico quod ei faciat tabulas necessarias et propria instrumenta. Et cum sint tabule et instrumenta quibus cotidianus labor equandi excercetur et sapientibus occupatis circa majora consistat labor et tedium circa talia, ordinat astronomus perfectus de tabulis et instrumentis in quibus sint semel loca planetarum equata, et considerat circulum cujuslibet planete, quo perfecto omnes varietates motuum cujuslibet planete reducuntur ad

21 omni *MS.* 26 *blank in MS.* Innĩutũ aliter *in marg.*

idem tempus primum, et jubet arismetico ut sibi componat tabulas secundum hos circulos, et similiter geometre ut componat instrumenta in quibus omnia loca sint equata, | f. 85 b 1. ut sic sine difficultate et labore possit libere certificari de locis stellarum. Et non solum intendit certificari de celestibus, sed de omnibus que oriuntur supra orizonta, cujusmodi sunt impressiones pretacte. Astronomo enim mathematico incumbit talia certificare quatenus tandem deveniat ad usum et experienciam cognoscendi futura presencia et preterita, ut mala cognita impedia⟨n⟩tur et bona promoveantur, tam reipublice quam persone. Judicare quidem de rebus naturalibus et operari circa illas procul dubio pertinet ad naturalem philosophum et non mathematicum, et ideo est quedam Astronomia naturalis, cui tamen omnino necessaria est Astronomia que inter partes Mathematice computatur; nisi enim illa inveniret tabulas et instrumenta et certificaret loca et alias condiciones stellarum et impressionum, Astronomia naturalis non procederet ad effectum, nec posset fieri judicium de rebus hujus mundi nec opera Astronomie magna et mirifica procurari. Hoc ideo dixi propter errorem vulgi quia mathematici credunt quod Astronomia judiciaria et operativa sit de partibus Mathematice, et naturales hoc idem credunt, sed non est hoc verum sicut in *Methaphysicis* demonstravi. Et ex hiis patet quod speculativa hujus sciencie debet nominari Astrologia, et ejus practica Astronomia, nam 'nomos' Grece est 'lex' Latine, et ideo Astronomia est sciencia de legibus astrorum; et 'logos' Grece est 'sermo', propter quod Astrologia est sermo de astris. Lex autem habundat super sermonem, quia lex infra sermonem includitur, non enim tractatur nisi per sermonem, et lex moralis est de practica parte civilis sciencie, ut patet ex libro *Ethicorum* Aristotilis in fine, similiterque lex astrorum in practicam resonabit. Unde ad particularia magis descendit quam sermo universalis de astris et ideo Astronomia magis quam Astrologia naturam practice sortie-
f. 85 b 2. tur. Ceterum auc|tores Mathematice distinguunt inter has, sicut et Ysidorus in libro *Ethimologiarum* dicit quod 'Astro-

36 distingunt *MS.*

nomia partim est naturalis partim supersticiosa', exponens eam que ad judicia se inclinat, et ideo alii minus sentientes proprietatum istarum scienciarum deviant in hac parte, sed de hoc in tractando has sciencias certius exponetur.

Distinccio quarta de divisione Musice penes sui subjecti et effectuum divisionem, et habet quatuor capitula Primum est de subjecto ejus declarando.

SCIENCIA vero de quantitate discreta non-permanente est Musica, et hec communiter sumpta ad speculativam et practicam habet considerare quantitatis discrete non-permanentis partes et passiones et causas et opera et instrumenta et omnia que circa hanc habent terminari. Sed quoniam error accidit circa partes Musice tam speculative quam practice qui non accidit in partibus Arismetice, Astrologie, Astronomie, et Geometrie, ideo oportet eum evacuare. Et hic error accidit propter errorem qui est circa partes subjecti Musice, et error circa partes subjecti nascitur ex ignorancia specierum quantitatis discrete non-permanentis. Et si methaphysici est hoc investigare profundius, tamen propter superfluitatem erroris in divisione partium Mathematice apud vulgum non potest dissimulari quin aliqua de subjecto Musice exponantur. Sicut igitur in divisione partium quantitatis dictum est et expositum sonus, ut vox et alii soni sunt quantitates discrete non-permanentes, sed Musica est de hujusmodi speciebus principaliter et secundario de quibusdam aliis que sono possunt conformari motibus consimilibus et figuracionibus competentibus ut omnia vadant simul in unam declaracionem completam sicut in unum finem cujusmodi sunt non omnes motus sed quidam determinati, ut gestus et exultacio et omnes | flexus corporum et partium ejus. Et hoc deter- f. 86 a 1.
minatur in libro *de Ortu Scienciarum* in quo dicitur quod gestus est una radix Musice, quoniam potest conformari sono motibus consimilibus et configuracionibus competentibus; hujusmodi enim motus vadunt in unum finem cum sono, scilicet in delectacionem completam, et habent easdem

36 delectacionem] delcantionem *MS. hic et ubique.*

proporciones, et configurantur et conformantur ei, quod patet per experienciam, quoniam tunc sonus vocis humane vel cithare vel alterius instrumenti quantum decet delectat quando gestus et exultaciones et flexus corporum proporcionales simul perficiuntur. Propter quod dicit Aristotiles septimo *Methaphysice* quod ars saltandi non vadit in finem unum sine alia arte, nec alia ars sine illa, quoniam ars sonandi in debitis armoniis cantus et consonanciarum et in instrumentis, et ars saltandi, id est, faciendi gestus et exultaciones et omnes flexus corporum quando conjunguntur simul tunc vadunt in finem unum qui est completa delectacio duorum sensuum, scilicet visus et auditus, et quando separantur tunc est delectacio incompleta et neuter vadit in suum finem ut oportet; propter quod subjectum Musice non est solum sonus, licet sit principale subjectum, ymmo Musica considerabit omnia illa que possunt similibus proporcionibus conformari sono et vadunt in finem unum completum, et non versatur circa alia visibilia nec tangibilia nec quecumque alia. Unde motus pulsus qui obiiciuntur tactui, licet habeant discrecionem quandam ut motus gestus et easdem proporciones que sunt in sono et gestibus ut medici determinant, tamen quia non possunt sono et gestui conformari ut faciant delectacionem unam completam non cadunt sub consideracione Musice, et similiter multi motus visibiles alii a gestibus faciunt secundum proporciones quas habent gestus et soni, sed non proporcionantur eis in unum finem, et ideo de eis musicus non curat.

Capitulum secundum in quo probatur quod nulla est Musica mundana nec humana, ut est in usu communi. |

f. 86 a 2. Ex quibus patet quod nulla debet dici Musica mundana, quoniam si esset sonus ex collisione corporum celestium et sperarum mundi, tamen non esset nostris auribus discernendus, et ideo nobis incognitus, quoniam deficiente sensu deficit sciencia secundum illum, et iterum esset nobis inutilis omnino nec cederet in delectacionem nostram sicut soni mutabiles; quapropter non posset ille sonus esse de

consideracione Musice, et ideo nulla sciencia hominis posset dici nec constitui de tali sono si esset. Preterea sonus ibi generari non potest ex collisione corporum celestium, sicut Aristotiles probat in *Celo et Mundo*, et sic nulla musica potest dici de celesti sono quoniam nullus est. Item, non convenit fingere sicut aliqui magi finxerunt quod sonus generatur non ex collisione corporum mundanorum, propter hoc quod Aristotiles hoc improbat, sed casu radiorum celestium quos posuerunt posse rarefacere aerem et sonum generare posse, vel sonum constituere; sed si hic esset sonus adhuc esset inproprius auribus nostris, et hoc ipsi dicunt, et nullo modo audibilis et ideo omnino incognitus a nobis, et nec faceret delectacionem cum sonis musicalibus, et ideo non esset de consideracione Musice, sicut nec sonus si fieret ex collisione corporum celestium. Preterea non est possibile ut generetur sonus nisi ex concursu percutientis cum percusso, ut Aristotiles determinat, in quibus tremor partium nascitur per egressum earum a suo situ, ut patet ex generacione soni; sed radius non est in racione percutientis nec percussi, cum non sit divisus ab aere sed sit forma aeris, ut ex perspectivis racionibus manifestum erit inferius, nec aliquis tremor accidit in radio nec in aere propter radiorum multitudinem. Quapropter manifestum est quod sonus non generatur ex radiis, et ideo nulla est Musica mundana nec eciam humana que assignatur in armonia et proporcione quatuor elementorum adinvicem in corpore humano et in conveniencia corporis ad animam et in partibus anime adinvicem | conformibus. Istud totum est falsum f. 86 b 1.
quoniam non sunt ibi proporciones quantitatis et partium ejus, quas proporciones solum considerat Musica sicut tota Mathematica, et ideo proporciones et armonie que hic debent esse sunt omnino aliene a proprietatibus (aliter proporcionibus) quantitatis et Mathematice. Preterea ex predictis constat Musicam considerare quantitatem discretam nonpermanentem, sed hujusmodi proporciones et armonie que sunt in elementis et inter corpus et animam et in partibus anime sunt permanentes et in rebus permanentibus et ideo nichil faciunt ad Musicam. Item, non possunt conformari

et configurari sono et gestui ut vadunt in finem unum, quapropter nullo modo sunt de consideracione Musice. Et ideo, licet aliqui sompnaverunt Musicam mundanam et humanam, ut dictum est, tamen non habent aliquam veritatem. Propter quod solum Musica instrumentalis debet remanere, que instrumentis musicalibus potest explicari et exerceri, quorum quedam sunt instrumenta naturalia ut partes hominis que voci et gestui deserviunt, et quedam sunt artificialia ut cithara et vidula, cum psalterio, organo, et aliis instrumentis. Quod igitur Boetius et alii tangunt de Musica mundana intelligendum est quod loquuntur secundum opinionem vulgatam et non secundum diffinitivam sentenciam veritatis, nec constat nobis de professione Boetii in hiis, quoniam mortuus fuit antequam partem Musice instrumentalis potuit consummare, et inferius suo loco de hac materia plenius dicetur.

Capitulum tercium de vera divisione Musice penes sui subjecti divisionem.

QUONIAM autem divisio Musice non potest esse penes mundanam et humanam, oportet secundum sentenciam libri *de Ortu Scienciarum* accipi divisionem et partes Musice. Unde habet duas partes magnas, quarum una consistit in consideracione objecti visualis conformandi sono, quod est gestus, et alia circa objectum audibile, quod est sonus. Et hec secunda habet duas partes magnas, una est circa
f. 86 b 2. voces | humanas et alia circa sonos instrumentorum musicalium. Et illa que est circa voces humanas habet quatuor partes, una consistit in cantu que vocatur Musica melica, et alia est in sermone que habet tres partes secundum tres species sermonis, scilicet metrici, rithmici, et prosaici. Una est circa sermonem metricum que determinat omnes proporciones metrorum et pedum et longitudinum et brevitatum, et vocatur Musica metrica. Alia pars Musice sermocionalis est Musica rithmica que docet omnes proporciones rithmicas constitui et causas et raciones assignat. Tercia

26 humanos *MS.*

est prosaica que causas et raciones proporcionum in accentibus et coloribus rethoricis et ceteris que ad sermonem prosaicum pertinent determinat. Auctores enim et commentatores sic distinguunt partes Musice, quia musicus habet omnium istorum raciones et causas et demonstraciones dare, et gramatici poete logici rethorici et alii ab eo accipiunt quilibet secundum usum suum. Musica vero que perficitur in instrumentis artificialibus aut fit flatu aut extensione cordarum aut percussione. Flatu ut in fistulis et hujusmodi, extensione cordarum ut in cithara et hujusmodi, percussione ut in timpanis, cimbalis, et nablis. Apud autem Latinos scripserunt antiqui de hiis Varro, Albinus, Gaudentius, Censorinus, Tullius, et Boetius, sed morte preventus Musicam suam non complevit. Hec igitur ad certificandum totam Musicam et Musice totius partes ac distinccionem practice a speculativa volui premittere. Sed speculativa differt a practica in hoc quod docet quid est quantitas discreta non-permanens, et quot et que sunt partes, et quid sit unaqueque et quid accidat eis, et que sunt principia et que cause horum preter hoc quod considerentur per comparacionem ad hoc instrumentum vel ad illud, set absolute per comparacionem ad auditum et visum, non descendendo ad species instrumentorum nec ad modum operandi et utendi in eis. Practica vero docet ipsa opera in instrumentis singulis et modos operandi et | causas f. 87 a 1.
operum investigat.

Capitulum quartum ⟨de laudibus Musice⟩.

Sed ut perfeccius divisio Musice pateat et laus mirabilis super omnes sciencias inferam capitulum in quo appareant que nunc dixi. Dico igitur quod hec sciencia preter communia instrumenta et armonias communes docet invenire specialia instrumenta et sonos proporcionatos et gestus exquisitos quibus non solum naturalia varientur sed et voluntaria inclinentur et bruta animalia alliciantur secundum humane beneplacitum voluntatis. Avicenna vero, et

4 distingunt *MS.* 5 omni *MS.*

Boetius in principio Musice, et Varro peritissimus secundum testimonium omnium Latinorum sapientum, et ceteri auctores docent hoc fieri posse et experiencia multiplex coaptatur. Practica igitur Musice non solum distinguitur in universali penes flatum extensionem et percussionem, ut prius tactum est, sed penes effectum varium et maxime in hominibus et in brutis. Avicenna quidem primo *Canonis* sui dicit quod inter omnia exercicia sanitatis cantare melius est. Cujus causa est quia totum corpus exhilarescit, et distenduntur nervi et vene, ex qua distensione aperiuntur pori et fumi corrupti exeunt et salubriter vacuantur. Contra eciam actuales infirmitates quascumque nichil celerius valet quam delectabilis armonia, nam sic Boetius docet medicos curasse sciaticas passiones extraneas musice et freneticos mirabiliter liberasse. Ypocras enim Democritum insanum ad debitum mentis sanum reduxit, et Asclepiades de primis auctoribus medicine freneticum, ut auctores docent, curavit. Et sicut nostra historia firmat, David per citharam Saulem demoniacum a sua furia expedivit. Ceterum sompnum specialis armonia ingerit, et propria modulacio sompni torporem excutit, unde dicit Boetius 'in tantum vero prisce philosophie studiis vis Musice artis innotuit, ut Pictagorici
f. 87 a 2. cum diurnas | in sompno resolverent curas, quibusdam cantilenis uterentur, ut eis lenis et quietus sopor irriperet. Ita experti aliis quibusdam modis stuporem sompni confusionemque fugabant (aliter purgabant).' Deinde propinquius ad voluntaria supergrediens Musica potestas se exaltat. Nam gaudium multiplicat et tristicias expellit efficaciter, ut auctoritas et experiencia edocent multis modis. Dicit enim Boetius quod vis aurium non solum de sonis judicat differencias quod cognoscit, 'verum delectatur animus si dulces coaptentur modi, agitur vero si dissipati atque inconvenientes feriant sensum. Nichil enim tam proprium est humanitati quam remitti dulcibus modis astringique contrariis.' Et iram et mentis turbacionem excitat et sedat, nam, ut ait Boetius, in bello videmus 'pugnancium animos accendi carmine tubarum. Quod si verisimile est, a pacato mentis statu ad iracundiam posse

quemquam venire, non est dubium quin conturbate mentis iracundiam modestior modus armonie possit astringere. Unde Empedocles cum ejus hospitem quidam adolescens gladio furibundus invaderet, inflexit modum canendi sic quod adolescentis iracundiam temperavit'. Sed eciam, quod majus est omnium, mores hominum immutat Musica. 'Unde Plato maxime cavendum existimat ne de bene morata Musica aliquid immutetur. Negat enim tantam esse ullam morum in republica labem de pudenti et modesta musica invertere. Statim enim audientium animos paulatim discidere, nullum quod honesti atque recti recudere vestigium, si vel per lasciviores modos inverecundum aliquid, vel per asperiores ferum atque immane mentibus illabatur.' Et ideo antiquitus civitates musicos auctores honestam pudicam ac sobriam musicam pueros edocentes honoraverunt et ditaverunt, et eos qui adolescentes ad lasciviorem musicam induxerunt judicio dampnaverunt. Boe|tius enim de f. 87 b 1. hiis exemplificat suo libro. Qui Pictagoras eciam, ut Marcus Tullius et Boetius testantur, juvenem ebrium sub frigio modo musice excitato qui animum irritat, cum propter scortum domum cujusdam vellet comburere, jussit modos musicos saniores induci, et sic adolescentem ad statum mentis pacatissimum reduxit, et ejus furentem petulanciam consedavit. Sic igitur animos hominum in quemcumque actum voluerit musicus peritus potest excitare, salva tamen in omnibus arbitrii libertate, nam non cogitur voluntas, sed vehemencia armonie inducitur ut gratis velit eligere illud ad quod efficaciter excitatur. Et non solum mentes humanas set animas brutorum et serpentum et piscium et aliorum ita quod capiantur pro hominum voluntate, sicut libri antiquorum docent et expertum est in piscibus magnis, ut in delphinibus et aliis, et in bestiis ut cervis et multis animalibus, que non solum per armonicas delectaciones et specialia instrumenta allecta sunt secundum hominum voluntatem, sed per communia instrumenta sicut sunt cithare, fistule, vidule, et hujusmodi alia, sicut Varro sapientissimus fecit, et

6 omni *MS.* 8 tantam] cautum *MS.* 10 paulatim] prolati *marg.* 13 ferum] ferorum *marg.*

Plinius in *Naturalibus*, et Solinus in *Mirabilibus Mundi*, et alii auctores docent, atque ipsa experiencia venancium et nautarum hoc confirmat, et quilibet peritus in musicalibus potest hoc cum voluerit experiri. Unde in musicalibus practicis major est subtilitas quam in aliis, propter hoc quod ultra naturam se extendunt ad hominum et brutorum voluntates inclinandas fortiter, sine omni alteracione corporum sed sola sensus immutacione et excitacione voluntatis, salvo tamen in omnibus, ut dixi, libero arbitrio; quoniam non coguntur sed ob delectacionis excessum fortissime inducuntur et trahuntur in desideria varia secundum proprietatem armonie et delectabilis in|strumenti. (f. 87 b 2.) Sed propter difficultatem et magnitudinem secretorum de hac sciencia practica parum habetur apud Latinos. In aliis tamen linguis primo tradita fuit in Hebreo, quia patriarche et prophete, precipue Salomon, multa mirabilia conscripserunt de hiis, sicut Josephus in *Antiquitatum* libris et alii auctores dicunt, et Avicenna dicit quod ipse artificium quadruviale sigillavit. Ideo sciencia Musice inquisicione longa et subtili speculacione indiget, et Euclides et Ptholomeus hujus sciencie secreta docuerunt.

Distinccio quinta que est de abstraccione quantitatis et de generibus proposicionum quibus utitur Mathematica, et habet quinque capitula. Primum est de ipsa abstraccione secundum modos ejus quatuor.

NUNC in fine dicendum est de abstraccione et racione proposicionum quibus utitur Mathematica, ut sic terminetur pars prima de Communibus Mathematice extrinsecis. Addam igitur aliqua hic de hiis; non enim dubium est quin de hiis Mathematica habeat tractare, quia hec sunt communia omnibus scienciis. Nam omnis sciencia abstrahit aliquo modo, et tria genera proposicionum habet et hiis utitur, licet diversimodo utantur sciencie diverse. Sed tamen oportet quod mathematicus sciat grossam racionem et universalem in summa reddere de abstraccionibus, quoniam omnes clamant quod Mathematica sit abstracta, et verum

3 quelibet *MS.*

est. Et ideo in tractatu Mathematice debent aliqua annotari de abstraccione, non solum propter hoc quod dictum est, sed ne videatur fantasia et figmentum et falsa ymaginacio de quantitate secundum quod mathematicus eam considerat, cum illam accipiat que in rebus est transmutabilibus et tamen eam non considerat prout est in rebus illis. Sunt autem quinque modi abstraccionis. Unus est communis omnibus scienciis, scilicet secundum quod universale abstrahitur a singularibus, ut homo consideratur in se non prout est | in Sorte vel Platone, et sic omnis f. 88 a 1. sciencia abstrahit quia quelibet est de universalibus et nulla de singulis per se et principaliter. Secunda est abstraccio a motu et materia omnino tam secundum rem quam secundum consideracionem, et sic sola causa prima dicitur abstracta et separata. Tercia dicitur abstraccio et separacio a materia corporali et motu, ut secundum res dicatur sic abstracta et separata, quia in sua compositione non est materia talis, nec subjecta est motui corporali, ut dependeat ex ea secundum suum esse, et sic intelligencie sunt abstracte et separate a materia et motu—habent tamen materiam spiritualem veraciter de sua composicione sicut ex *Methaphysica* mea patet evidenter. Quarta dicitur abstraccio fieri a materia et motu, ita quod, licet res abstracta sit in materia corporali tamen consideratur non prout est in ea, et sic Geometria speculativa et Arismetica speculativa et Musica speculativa et pars prima que est de communibus Mathematice quantum ad ea que de lineis, angulis, superficiebus, corporibus, figuris, et numeris accipit in descripcionibus suis, abstrahunt et separant quantitatem ab omni materia et motu, id est considerant eam non prout est in materia sed secundum se, ut est aliquid in rerum natura. Nec est hec quantitas ficta per ymaginacionem, ut ponatur per se existere; hoc enim falsum esset quia tunc consideracio esset inutilis, nam quantitatis sciencia in Mathematicis est propter corpora quanta non propter quantitatem extra corpora existentem. Nec possibile est quod sit per se cum sit accidens, et ideo oportet quod apta nata sit esse in substancia et non aliter. Unde mathematicus non considerat quantitatem nisi quam

novit esse in substancia, licet eam non consideret ut sic est, quia non considerat eam prout non est ibi, quia hec consideracio falsa est eo quod falsum sit quantitatem non esse in subjecto suo cum sit accidens. Secundum igitur quod negacio precedit modum dicendo quod considerat non f. 88 a 2. prout est in subjecto vera est | abstraccio, secundum vero quod modus precedit negacionem tunc falsus est sermo qui dicit mathematicum considerare quantitatem videlicet prout non est in subjecto. Et certe sic omne aliud accidens potest considerari preter comparacionem ad suum subjectum, et sic omnis sciencia potest abstrahere quoniam accidens differt in essencia a suo subjecto et non est ipsum, neque subjectum est accidens. Et ideo potest in se considerari ut est quedam natura et quedam creatura, sed non omnis sciencia facit hanc consideracionem sed Mathematica potest in multis suis partibus, eo quod quantitas secundum se considerata habet magnam difficultatem et utilitatem propter multas veritates quas habet, tam in principiis quam conclusionibus. Et quia sciencia necessaria est ubi est difficultas et utilitas propter comprehensionem magnarum veritatum, eo quod secundum Aristotilem in *Ethicis* 'ars est de difficili et bono', ideo oportuit quod esset sciencia magna de quantitate secundum se considerata, licet non de aliis accidentibus que non habent hujusmodi virtutes in copia difficiles et utiles dum secundum se considerantur. Unde risibile potest considerari secundum se prout habet comparacionem ad hominem, set non habet copiam veritatum difficilium dum secundum se consideratur. Et sic est de aliis accidentibus naturalibus, propter quod de hiis non constituitur sciencia principalis, sed aliquando liber parcialis in sciencia totali, vel aliquod capitulum, ut patet in aliis scienciis aliquando.

Capitulum secundum de quinto modo abstraccionis.

QUINTO modo dicitur abstraccio a transmutacionibus naturalibus, et materia sic transmutabili, scilicet secundum generacionem, corrupcionem, alteracionem, augmentum,

diminucionem et loci mutacionem que est causa dictarum transmutacionum; nam loci mutacio in celo est causa generacionis et corrupcionis et aliarum transmutacionum in rebus inferioribus. Partes aut omnes Mathematice abstrahunt secundum consideracionem ab hujusmodi materia et mutacione, licet ea de quibus sunt sint in materia transmu|tabili. Unde res mathematice non sunt sic abstracte f. 88 b 1. secundum esse quod non sint in rebus transmutabilibus, sed secundum consideracionem abstrahitur, hoc est considerantur non prout sunt in tali materia quod bene fieri potest hoc modo. Nam licet Musica speculativa et practica considerent voces naturalium instrumentorum que sunt partes hominis, et multa consequencia motum et materiam sensibilem et transmutabilem, tamen non considerant ea secundum formam transmutacionis naturalis, nec curat de illis transmutacionibus. Similiter Astrologia et Astronomia practica, licet descendant ad materiam et motum, tamen non considerant materiam et motum nisi in quantum sunt quanta, et non ut sunt subjecta transmutacioni naturali nec ut sunt cause aliarum transmutacionum. Nam Astrologia considerat celestia et similiter Astronomia mathematica, sed tamen non considerant nisi quantitatem corporum et motum non generacionem et corrupcionem non alteracionem non augmentum non diminucionem non loci mutacionem in quantum est causa generacionis et corrupcionis et ceterarum transmutacionum, sed considerant motum localem celestium quantum ad quantitatem illius motus, ut quantus est in hora, quantus in die, quantus in mense, quantus in anno uno, quantus in pluribus, et sic de communibus premissis (aliter omnibus practicis) Mathematice. Verum est quod non considerant materiam corporalem ut est subjecta motibus transmutacionum nec per comparacionem ad illas, et ideo dicuntur abstrahi a materia et motu, id est a materia prout est subjecta transmutacionibus naturalibus et comparata ad illas. Sed Astronomia naturalis, que judicat de transmutacionibus rerum hujus mundi, considerat celestia ut sunt cause transmutacionum per comparacionem ad eas, et ideo elongata est hec sciencia a proprietate Mathematice,

et cadit inter sciencias naturales. Similiter omnia accidencia
f. 88 b 2. corporum | generabilium et corruptibilium concernunt causas
transmutacionum, et ideo non possunt abstrahi ut quantitas
in practicis considerata, nec habent conclusiones nec prin-
cipia secundum se, sed secundum racionem et comparacio-
nem ad causas transmutacionum. Verbi gracia, Medicina
est de infirmitate et sanitate de quibus sciencia non potest
constitui nisi per causas transmutacionum naturalium, et sic
de omnibus scienciis naturalibus que sunt septem magne
sciencie, quarum multe plures habent sub se, et certe re-
spectu naturalium dicitur Mathematica precipue et princi-
paliter abstracta, et ideo per hunc modum quintum dicitur
Mathematica abstrahi. Moralis vero Philosophia considerat
virtutem et vicium que partim sunt a natura partim a con-
suetudine experimento et exercicio, sicut Aristotiles docet
in secundo *Ethicorum*. Et secundum varietatem com-
plexionum et regionum in quibus homines habitant incli-
nantur homines aliter et aliter et disponuntur ex natura et
excitantur fortiter, licet non cogantur quia voluntas non
potest cogi, ut ait Philosophus. Similiter eadem racione
variantur complexiones secundum diversas constellaciones
quibus inclinantur homines ad diversos mores in diversis
temporibus, licet non cogantur, quos tamen gratis eligunt
et vivunt secundum eos, ut nos in omni regione videmus
ad oculum, et ideo consideracio moralis philosophi sequitur
materiam (aliter naturam) generabilem et corruptibilem,
propter quod causas transmutacionum concernit, et ideo
dicitur in *Ethicis* quod Naturalis Philosophia deservit
Morali; et oportet quod Moralis utatur consideracionibus
naturalibus, et propter hoc non est abstracta sicut Mathe-
matica, et causa horum est quia quantitas continua quam
sequetur numerus arismetice procedit in esse secundum
creacionem in corporibus primis, et nascitur cum primo
f. 89 a 1 genere subalterno quod est corpus, et crea|ta est in celo
et in elementis ut sunt partes mundi in quantum sunt incor-
ruptibilia naturaliter, et erunt semper et ab eis, tamen sit
in omnia generata. Et ideo quantitas quantum ad suam
essenciam non dependet a transmutacione naturali, sed

omnia alia accidencia concernunt corpus generabile et corruptibile et generantur et corrumpuntur, eciam lux que est accidens inter corruptibilia nobilissimum, nam in celestibus corrumpitur per eclipses et renovatur. Et virtus et vicium que sunt de consideracione philosophie sequuntur complexionem, ut dictum est, et ideo materiam transmutabilem. Sed Methaphysica est prior Mathematica et magis abstracta, quia considerat res secundo et tercio modo abstractas, et alia ante transmutaciones naturales et preter eas. Quinto igitur modo universaliter verum est quod Mathematica sit abstracta, sed quarto sunt tantum quatuor ejus partes abstracte, scilicet Communis ceteris et Geometria speculativa et Arismetica speculativa et Musica speculativa. Omnes enim practice descendunt ad materiam sensibilem in qua operantur, et Astrologia speculativa ut dictum est concernit materiam, ut celum et stellas que sunt cause omnium transmutacionum, et considerat posiciones habitabilis et res in eis que sunt transmutabiles per celestia, licet secundum consideracionem suam astrologus et astronomus mathematicus non habeant respectum ad hujusmodi transmutacionem fiendam a celestibus in partes habitabilis et in res contentas in eis, sed considerant celestia et partes habitabiles preter illam transmutacionem.

Capitulum tercium. An preter consideraciones scienciarum principalium quatuor inveniatur abstraccio in scienciis que sunt Gramatica et Logica.

Et hee quatuor sciencie, scilicet Moralis, Naturalis, Mathematica, et Methaphysica, comprehendunt omnes sciencias essenciales et principales. Cum enim Aristotiles dicit in sexto *Methaphysice* quod modi philosophie sunt tantum tres, Naturalis, Mathematicus, et Divinus, sub Divino continetur non | solum Methaphysica que investigat proprie- f. 89 a 2.
tates dei sed Moralis que statuit divinum et multa nobilia sentit de deo secundum quod est possibile philosophie. Unde in principio *Methaphysice* vult Aristotiles quod sciencia divina est duplex. Hoc ideo dixi ne quis imperitus

me caperet in verbis, quia posui quatuor sciencias essenciales, sed non sunt plures preter eas nisi sermocinalis sciencia que dividitur in Gramaticam et Logicam. Rethorica enim docens composicionem argumenti rethorici est pars Logice, ut patuit in predictis. Et Rethorica utens hoc argumento est pars Moralis Philosophie, ut in Methaphysica et in Moralibus demonstravi; et ideo multum errat vulgus quando ponit Rethoricam in divisione contra Logicam et Gramaticam. Similiter Poetica, docens argumentum poeticum, est pars Logice, et ea que utitur tali argumento est pars Moralis Philosophie, ut demonstravi suis locis, et ideo sole due, scilicet Gramatica et Logica, computantur preter dictas sciencias quatuor de quibus jam expositum est quomodo abstrahunt et quomodo non. Sed ne videamur negligere sciencias has duas, que accidentales vocantur, videamus si abstraccio est in eis propter evidenciam Mathematice. Ideo dico quod hee sciencie sunt de solis operibus anime speculative que sunt habitus cognitivi universales per quos omnes sciencie investigantur, unde sunt de conceptibus seu de intellectibus simplicibus, et compositis conceptis ab anima. Intellectus vero simplices sunt dicciones et termini mentales, intellectus compositi sunt oraciones, proposiciones et argumenta. Hii autem intellectus simplices et compositi possunt secundum se considerari, scilicet ad inquisicionem congruitatis pro Gramatica et veritatis pro Logica, et non ad docendum vel conferendum cum alio, et sic de hiis habitibus sunt hee sciencie quantum ad earum potestatem principalem. Sed hii habitus possunt considerari ad docendum vel conferendum mutuo, et tunc
f. 89 b 1. considerantur | a Gramatica et Logica ut sunt exprimendi per voces convenientes. Primo modo non est necessarium ut sciencia de istis doceatur, quia omnes homines naturaliter sciunt Gramaticam et Logicam illo modo sine invencione et doctrina, ut probavi in *Methaphysicis*; secundo autem modo oportet quod homo aut per invencionem aut per doctrinam acquirat sibi has sciencias. Noticiam vero et esse istorum habituum precedit specierum generacio in anima et organis ejus, nam ex speciebus, que vocantur

similitudines et imagines rerum, oritur conceptus simplex qui est diccio mentalis, et ex diccionibus talibus sunt oraciones et argumenta; sed hujusmodi specierum recepcio in organis vel anima non est sine transmutacione materiali (aliter naturali) atque vocum generacio per quas exprimuntur intellectus est cum materiali (aliter naturali) transmutacione, et ideo res gramaticales et logicales concernunt materiam transmutabilem; et principaliter hec gramaticus et logicus considerant respectu transmutacionis, ut patet in causis sonorum et totius orthographie, et similiter in causis accidencium partium oracionis octo, que accidencia sunt passiones rerum naturalium. Et logicus similiter decem predicamentorum que considerat, et in causis et racionibus reddendis per naturales vias in multis que considerat, et ideo inter abstractas sciencias non computantur. Sunt eciam accidentales sciencie, et ideo non numerantur inter alias essenciales que dividuntur per abstractas et non-abstractas, licet habeant modum abstractarum.

Capitulum quartum de generibus proposicionum quibus utitur Mathematica.

NUNC ultimo inferam brevem sermonem de generibus proposicionum quibus utitur Mathematica sicut et omnis sciencia, et quia hec genera proposicionum sunt communia omnibus scienciis. Ideo earum copiosa pertractacio noscitur ad Methaphysicam pertinere, set quantum Mathematica requirit dicendum est hic. Et hoc est quod proposicio potest esse per se nota intellectui cujuslibet tam insipien|tis f. 89 b 2.
quam sapientis postquam significata cognoverunt terminorum, ut de quolibet affirmacio vel negacio 'omne totum est majus sua parte' et hujusmodi. Et hee dicuntur concepciones vel dignitates vel maxime proposiciones vel anxionata secundum Alardum super *Elementa Euclidis*. Unde Boetius dicit in *Ebdomadibus* quod 'concepcio est quam quis probat auditam', et Alardus Batoniensis in sua *edicione speciali super Elementa Euclidis* ait: 'Concepciones sunt que ultimo (aliter primo) occurrunt humane intelligencie, in

quibus non est exigendum propter quid', nam cognitis terminis aut non habent probacionem aliquam ut primum principium de quolibet affirmacio vel negacio et de nullo eodem simul, vel habent secum suam probacionem, sicut 'omne totum est majus sua parte', ita quod ita evidens est probacio quod non oportet eam explicari. Aliud genus proposicionis est quod nec intelligitur nec scitur propter terminos, sed notis terminis solum creditur antequam intelligatur, et hec sunt propria principia cujuslibet sciencie, ut articuli fidei in Theologia, et peticiones et supposiciones in omnibus scienciis, ut in Geometria 'a puncto ad punctum rectam lineam ducere'; et idem est peticio et supposicio secundum Anaricum in *Commentario Elementorum Euclidis*; sed quia magister petit a discipulo ut credat illa, vocantur peticiones, et quoniam discipulus debet illa credere, et hoc est supponere, vocantur supposiciones que non potest in principio intelligere, set credere donec fuerit excercitatus in sciencia cujus sunt; aut quod requirat potestatem Methaphysice, cujus est omnium scienciarum principia declarare et a qua omnes sciencie accipiunt sua principia tamquam sibi probata et manifesta. Sciendum tamen quod supposicio et peticio sunt dupliciter: uno modo simpliciter, alio modo quoad aliquem; primo modo sunt indemonstrabiles in sciencia, cujus sunt quantum est de ejus potestate propria. Sed secundo modo possunt in ea demonstrari, quia non sunt
f. 90 a 1. simpliciter credibiles | tantum, sed alicui minus perito in sciencia cujus sunt, et ideo possunt in ea demonstrari; sed peticiones et supposiciones simpliciter credibiles nulla sciencia particularis habet ex sua proprietate virtutem probandi, quia illa sunt fundamenta omnium que probantur in sciencia et considerantur, et per que omnia probantur; propter quod debent supponi tamquam certissima, nec umquam alia sciencia particularis se extendit ad probacionem alicujus talis principii, nec contradicatur ei in hiis vel propter aliquam aliam causam specialem, sicut accidit Aristotili primo *Physicorum* et in primo *Elenchorum*, et tunc patet particularis sciencia hoc facere ex beneficio Methaphysice in quantum communicat cum ea et ostenditur ex ea, nam Methaphysica

influit suam virtutem in omnes sciencias et dat potestatem singulis et vigorem. Principiorum autem dictorum que sunt peticiones et concepciones ac supposiciones, quedam sunt in quibus non exprimitur diffinicio de diffinito, et hujusmodi vocantur nominibus dictis; quedam vero habent diffinicionem expressam de diffinito, et hujusmodi vocantur diffiniciones ita quod proposicio denominatur a parte sua, scilicet a predicato suo, sicut cum dicitur 'si ab equalibus equalia demas que relinquuntur sunt equalia'. Concepcio est quam quisque intelligit postquam terminos cognoverit, et hic non predicatur diffinicio de diffinito; sed si dicatur quod 'equale est quod alii compositum vel comparatum non excedit illud nec exceditur ab eodem', hic predicatur diffinicio de diffinito, et est concepcio nota cuilibet post terminorum cognicionem. Sed hec concepcio habet nomen speciale et vocatur diffinicio, et ideo distinguitur ab aliis concepcionibus per hoc nomen, licet in veritate sit vera concepcio, ut magis inferius exponetur. Sic eciam est de supposicionibus et peticionibus quod earum quedam proponuntur sine predicacione diffinicionis de diffinito, ut 'a puncto in punctum rectam lineam ducere' et hujusmodi, et hee retinent nomen commune peticionum et supposicionum. Alie vero habent diffinicionem | predicatam de diffinito, ut f. 90 a 2. 'punctum est cujus pars non est' et 'linea est longitudo sine latitudine' et cetera hujusmodi, licet in veritate sunt supposiciones et peticiones, tamen habent nomen speciale et vocantur diffiniciones, et denominatur totum a parte. Diffinicio enim proprie sumpta non est proposicio ut 'animal racionale' est diffinicio hominis. Et sic Aristotiles dicit in primo *Posteriorum* quod diffinicio non est supposicio quia supposicio est proposicio, diffinicio vero talis non est proposicio. Diffinicio tamen est positiva, quia posicio est universaliter illud quod ponitur in sciencia, quia non intelligitur set creditur tantum, et hoc sive sit incomplexum ut diffinicio, sive complexum ut supposicio et peticio. Hec enim est sentencia Aristotilis in primo *Posteriorum* de istis principiis; sed tamen Aristotiles in isto libro in diversis locis vult quod

24 punctus *hic et postea MS.*

diffinicio sit medium in demonstracione et quod sit principium demonstracionis complexum, et quod sit conclusio demonstracionis demonstrans solo situ a demonstracione; quia demonstracio situat et ordinat terminos in forma arguendi, ut 'terra ponitur inter solem et lunam, ergo eclipsatur'. Diffinicio vero comprehendit in una diffinicione hoc totum sub hac forma et situ: 'eclipsis lune est defectus lucis ejus propter interposicionem terre inter solem et lunam'. Primo modo diffinicio est incomplexum, et sic loquitur Aristotiles ubi dividit posicionem (aliter proposicionem, aliter contra proposicionem) set secundo et tercio et quarto diffinicio est proposicio in qua diffinicio incomplexa enunciatur de diffinito; et denominatur, ut dixi, tota proposicio a sua parte, sicut 'homo dicitur Crispus a capite'. Et hiis modis saltem secundo et tercio utitur Mathematica diffinicione quia aliquando diffinicio in ea est principium demonstracionis, id est, aliqua proposicio in demonstracione assumpta; aliquando est conclusio, ut inferius elucescet.

Capitulum quintum in quo ostenditur quod diffiniciones sunt peticiones et supposiciones et concepciones in quo eciam infertur de conclusionibus. |

f. 90 b 1. HUJUSMODI autem diffiniciones in secundo modo et tercio sunt concepciones et supposiciones et peticiones, nam ille que sunt conclusiones demonstrationum sunt supposiciones et peticiones alicui, quia creduntur ab aliquo et non ab eo intelliguntur, licet ab illis a quibus intelliguntur non sunt supposiciones sed pure conclusiones. Ille vero que sunt principia demonstracionum et non conclusiones ille sunt peticiones et supposiciones simpliciter, quia credi debent antequam intelligantur. Et earum certificacio dependet ex Methaphysica sicut et ceterarum peticionum, et sunt inde mirabilia sicut et relique peticiones; et dico ea esse indemonstrabilia quia licet habent argumentum dyalecticum ad sui declaracionem, non tamen argumentum demonstrativum; et precipue sicud conclusiones que per eas demonstrantur in sciencia cujus sunt ex proprietate illius sciencie valent demonstrari. Ille vero que sunt per se scibiles a quolibet

postquam terminos cognoverit sunt concepciones; nam ideo dicitur concepcio quia per se nota cuilibet, et hoc videmus in exemplo de equali superius tacto. Ita enim est ejus diffinicio nota sicut reliqua proposicio in qua non est diffinicio predicata de diffinito, quam ponit Euclides 'si una res alii supponatur appliceturque ei nec excedat altera alteram, ille adinvicem erunt equales', quia si hic est concepcio, et predicta diffinicio simpliciter, quod eciam patet in aliis exemplis. Nam hec proposicio 'omne totum est majus sua parte' dicitur concepcio per se nota, et tamen auctores *Perspective Alhacen* doce⟨n⟩t eam demonstrari per diffinicionem majoris, scilicet per hanc proposicionem 'omne quod continet aliud et plus est eo majus, omne totum est hujusmodi respectu partis, ergo omne totum est majus sua parte'. Cum igitur illud quod probat aliud est nocius eo, tunc hec proposicio 'omne quod continet aliud et plus est majus illo' est nocior ista 'omne totum est majus parte'. Ergo si hoc 'omne totum est majus sua parte' est concepcio nota, multo forcius hec diffinicio 'omne quod continet aliud et plus est majus' erit concepcio. Et ideo cum omnis proposicio que est principium demonstracionis sit concepcio per se nota vel peticio credenda, diffiniciones omnes comprehenduntur pro concepcionibus et peticionibus. Tercium | genus proposicionis est conclusio per que concepciones et f. 90 b 2. peticiones possunt demonstrari in sciencia cujus sunt. Sed istarum conclusionum quedam sunt principales, et quedam sequuntur tamquam eis annexas et dependentes ab illis, et vocantur correlaria et porisomata. Nam in undecimo libro *Elementorum* Euclidis dicitur: 'epilogat ut porisoma irroget et correlarium inferat', de quo in *Gramatica Greca* exposui quod oportet. Et istorum complexorum omnium divisio una reperitur, quam Alardus Batoniensis ponit. Et est quod quedam dicuntur proposita, quedam dicuntur proposiciones: proposita per infinitum proponuntur, ut in conclusionibus 'super datam lineam triangulum equilaterum constituere' et hujusmodi; similiter in peticionibus, ut ista 'a puncto in punctum rectam ducere lineam'; et si dicatur sic 'omne totum est majus sua parte' concepcio erit. Et alie

proposiciones proponuntur per inducciouem, ut 'punctum est cujus pars non est', et 'omnis triangulus habet tres' et 'omne totum est majus sua parte'. Item ut ait, 'proposiciones proponuntur quod quidem sic vel non sic, proposita proponuntur ad faciendum vel non faciendum'. Sed conclusiones aliter dividuntur secundum quod docet Anaricus in *Commento Elementorum Euclidis*, quod 'non solum in practicis sed in speculativis quedam sunt ad sciendum quedam ad inveniendum quedam ad operandum'. Verbi gracia, ad operandum, ut prima *Elementorum* Euclidis 'super datam lineam triangulum equilaterum collocare', vel constituere, vel operari. In cujus demonstracionis fine et consimilium dicendum est 'et hoc est quod operari volumus'. Prima vero tercii proponitur ad inveniendum, ut 'circuli propositi centrum invenire', in cujus demonstracionis fine et consimilium debemus dicere 'et hoc est quod invenire volumus'. Ad sciendum autem quod proponitur omnia que nec operacionem nec invencionem important, ut 'omnis triangulus habet tres angulos equales duobus rectis'. In cujus demonstracionis fine et consimilium debemus dicere 'et hoc est quod scire volumus'. Et hec operacio naturaliter et invencio non solum pertinent ad practicas sed ad speculativas, nam operacio et invencio in predictis exemplis
f. 91 a 1. respiciunt speculacionem veritatis, licet sint | alie operaciones que ad practicam pertineant, sed sunt vehemenciores et difficiliores ad compendium. Et sic terminatur tota ista pars prima de Communibus Mathematice, que extrinseca dicuntur respectu aliorum communium magis intrinsecorum.

Pars secunda hujus tractatus de Communibus Mathematice habens distincciones. Prima est de parte et toto, et diversis generibus partium secundum diversas condiciones, habens capitula quatuor. Primum est de integris et fraccionibus, descendendo ad effectus et partes ejus.

DETERMINATA prima parte hujus tractatus Communium Mathematice in qua jam determinatum est de quibusdam extrinsecis, hic sequitur pars secunda in qua de intrinsecis

36 intrinsecis] extrinsecis *MS.*

agitur. Mathematica multum utitur parte et toto, et ejus consideraciones principales non perficiuntur sine hiis. Et hec sunt communiora aliis, propter quod primo dicendum est de eis. |

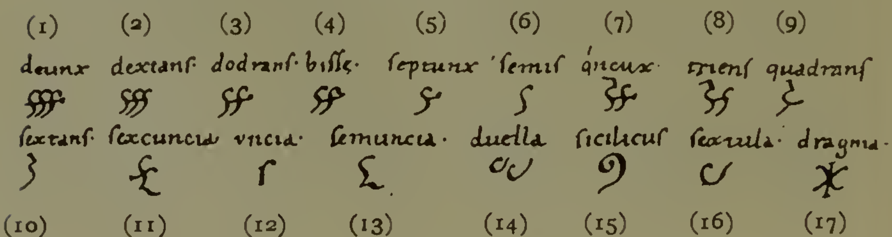
Mathematica vero accipit partem tantum aliquotam que *D.* f. 48 a 1. *begins.* aliquociens sumpta reddit suum totum, ut unitas aliquociens sumpta reddit numerum quemlibet, bis enim sumpta binarium, ter sumpta ternarium. Et binarius est pars aliquota cujuslibet numeri paris, quia bis sumptus reddit quatuor, et sic ultra. Hec enim pars est certa, et ideo accipit hanc hec sciencia que est in se certificata et alias certificans, ut patet in universali in predictis, et patebit in applicacione ejus ad alias; et hec pars dicitur numerativa et multiplicativa tocius, et metitur totum. Totum vero vocatur integrum, pars quidem dicitur fraccio. Set fraccio quedam est vulgaris, quia vulgus utitur ea, ut medietas, tercia, quarta, quinta, sexta et sic in infinitum. Omnis autem res habet duas medietates, tres tercias, quatuor quartas, quinque quintas, sex sextas, et sic ultra. Sunt autem alia genera fraccionum, de quibus dicendum est inferius suo loco.

Sunt autem quedam fracciones quibus dividuntur omnes res, que vocantur uncie et uncia item dividitur in duodecim. Hiis autem omnes sciencie utuntur secundum plus et minus. De hiis vero tractatur in sciencia abbaci. Abbacus autem est mensa geometrica Pithagorica, in qua Pithagoras disposuit omnes istas fracciones ut sciretur in quot quelibet res divideretur in istas. Scripsit autem de hiis primo dominus Papa Ge⟨r⟩bertus, quem omnes doctores sequuntur, et tamen dictis explicant et explanant. Inter quos precipue Bernelius domino Amelio episcopo | Parisiensi conscripsit, *S.* f. 91 a 2. et G. Scolasticus Constantino, qui satis concordant et alii. Ex quorum libris hic extraham unum capitulum de hiis donec in practica Arismetice compleatur tractatus, quia licet hec sint communia toti Mathematice, specialiter tamen

5 vero . . . aliquotam] utitur tantum parte aliquota *D.* 9 quatuor] quaternarium et ter sumptus reddit senarium *D.* 15–17 dicitur . . . sic] sit *S.* 19–20 Sunt . . . loco] *om. S.* 21 Sunt . . . *to p.* 73, *l.* 27 patebit] *om. D.* 29 quas *S.*

ostenditur eorum utilitas in particione considerata in numeris. Ista vero habent nomina specialia et figuras que ad hoc opus pertinent. Sequar autem Bernellum principaliter, ubi tamen omittit aliquam vel minus explanat in nominibus et figuris inferam de libris Scolastici et aliorum. Dicit igitur Bernellius in quarto libro *Sciencie Abbaci* quod ‘unitas, id est ipsa integritas, vocatur assis, cujus partes juxta proprietatem suam propriam sunt insignite vocabulis, notis eciam ad hoc excogitatis, per quas eadem vocabula exprimantur ut, per discrecionem nominum et notas nominibus affixas, uniuscujusque particule notis facilius teneatur’. Et habet duodecim partes que vocantur deunx, dextans, dodrans, bisse, septunx, semis, quincunx, triens, quadrans, sextans, sescuncia, uncia. ‘Hec vero ut appareant manifestius tali ordine conscribantur. Assis est qui et as dicitur quique sic scribitur: ×, duodecim unciis constans. Idem eciam in ponderibus libra dicitur quod sit libera, et cuncta minora pondera includat. Deunx est et qui ciabas dicitur, quique sic scribitur: (1), qui idcirco deunx dicitur quod uncia minuitur; nam ab asse assis duodecima separatur. Dextans, qui est decunx, quique sic scribitur: (2), qui ideo dextans vel decunx dicitur quia decem unciis stet vel constet. Dodrans est qui et dodras, quique sic scribitur: (3), qui sic dodrans dicitur quasi quadrante demptus. Nam tribus sublatis, novem unciis constat. Bisse est qui et bes, quique sic scribitur: (4), qui sic bisse ⟨dicitur⟩ quasi bis triens, vel triente demptus; octo enim unciis constat. Septunx est qui et septus, quique sic scribitur: (5), qui sic septunx ⟨dicitur⟩ quasi septem unciis constans. Semis est qui sic

8 proprietatem] proporcionalitatem *B.* propriam] propriis *B.* 11 notis] nobis *B.* 16 quique] qui quia *MS. et alibi.* 23 qui sic] quid sit *S et postea* 26, 28, *p.* 73. 1, 2, 5, 7, 10, 12.



scribitur: (6), qui sic semis dicitur quasi medietas assis; nam sex unciis constat. Quincunx est qui sic scribitur: (7) vel sic (7), qui sic quincunx dicitur quasi quinque unciis constans. Triens est qui et treas dicitur, quique et sic | S. f. 91 b 1. scribitur: (8), vel sic: (8), qui sic triens ⟨dicitur⟩ quasi assis tercia, nam quatuor unciis constat. Quadrans est qui et quadras, quique sic scribitur: (9), vel sic: (9), qui sic quadrans dicitur quasi assis quarta; nam tribus unciis constat. Sextans est qui et sextas, quique sic scribitur: (10), vel sic: (10), qui sic sextans dicitur quasi assis sexta; nam duabus unciis constat. Sescuncia est qui et sexcunx, queque sic scribitur: (11), qui sic sescuncia dicitur quasi uncia et dimidia. Uncia est qui sic scribitur: (12), vel sic: (12), que idcirco uncia dicitur quod universitatem nostrorum ponderum sua unitate faciat, id est complectatur', que sunt octo, scilicet semuncia (13), duella (14), sicilicus (15), sextula (16), dragma (17), emisscecla, tremissis, scrupulus. Sed de hiis et partibus scrupuli quinque in practica Arismetica est dicendum, non enim indigemus hic majori tractatu de istis.

Capitulum secundum de speciebus majoris inequalitatis et minoris.

SED nunc dicendum est de speciebus majoris inequalitatis et minoris tocius et partis quibus utuntur magis mathematici; nam hee species sunt communes quantitatibus continuis et discretis et proporcionibus, sicut infra patebit.

Et est quinque modis totum. ⟨Totum⟩ et majus ad idem redeunt; et quinque sunt de speciebus majoris inequalitatis, id est, tocius, et quinque sunt species minoris inequalitatis, id est, partis. Inequale enim vel est totum vel pars, majus vel minus. Aliquid enim potest continere aliud pluries precise, et tunc dicitur multiplex ad illud cujus species sunt duplum, triplum, quadruplum, et sic in infinitum; et binarius duplus est ad unitatem, et sextus est triplus ad

28 Et . . . totum.] Totum vero et pars sunt quinque modis. *D.* 34 et[2]] ut *D.*

binarium, et sedecem est quadruplum ad quatuor, et linea duorum pedum est dupla linee monopedali. Et proporcio sescupla est tripla proporcioni duple, et sic in omnibus speciebus sequentibus possunt per hunc modum poni exempla in continuis et discretis et proporcionibus. Unde duplum in quolibet istorum est quod continet aliquod sui generis bis precise, et triplum quod ter, et sic ulterius. Unde quod *S.* f. 91 b 2. hoc exemplum est in proporcionibus satis patebit | inferius post diffinicionem proporcionis capitulo *de Ductu Proporcionum*, hic tamen tangi debet quatenus percipiatur communitas harum specierum non solum in quantitatibus omnibus sed eciam in proporcionibus.

Aut unum potest continere aliud et aliquam ejus partem, et tunc superparticulare dicitur, cujus species est sesqualterum quando continet ipsum et ejus alteram partem, ut ternarius duplum ; et sexquitercium quando continet aliquid et terciam ejus partem, ut quaternarius triplum ; et sexquiquartum quando continet aliud et quartam partem, ut quinarius quartum, et sic in infinitum. Aut potest unum continere aliud et ejus aliquas partes, et tunc dicitur superparciens ; cujus species est superbiparciens quando continet ipsum et duas partes ut tercias, sicut quinarius continet triplum et duas ejus tercias, et vocatur tunc superbiparciens *D.* f. 48 a 2. triplus per | circumlocucionem nominis, quia propria nomina in hiis deficiunt ; vel duas ejus quintas, ut septenarius continet quintum, et tunc dicitur superbiparciens quintus, et sic ultra. Et supertriparciens quando continet ipsum et ejus tres partes, ut octonarius continet quintum et tres ejus quintas. Et superquadriparciens, ut nonarius continet quintum et ejus quatuor quintas, et sic in infinitum. Quando vero coincidunt multiplex et superparticulare cum superparciente, tunc a prioribus proporcionibus fiet denominacio, ut senarius ad quatuor debet dici superparticulare, quia

1–12 et[2] . . . proporcionibus] *om. D.* 10 precipiatur *S.* 13 et] aut *S.* 14 et . . . dicitur] *om. D.* 16 aliquid] ipsum *D.* 18 aliud] ipsum *D.* 19, 22 quinarius] quintus *S.* 19 unum] *om. S.* 20 aliud] alia *D.* 24 triplus] tercias *D.* 27 supertriparciens] superbiparciens *S.* 28 ejus] *om. D.* 30 et[2] . . . infinitum] *om. D.* 32 proporcionibus] speciebus *D.* 33 senarius] sex *S.*

continet ipsum et ejus alteram partem; et non debet dici superbiparciens, licet contineat ipsum et duas ejus quartas, quia a simplicioribus et a paucioribus debet fieri denominacio. Potest vero contingere quod aliquid contineat aliud pluries et ejus aliquam partem et tunc dicitur multiplex superparticulare, cujus species componuntur ex speciebus multiplicis et speciebus superparticularis, scilicet duplum sesqualterum, et duplum sexquitercium, vel triplum sexqualterum, et triplum sexquitercium, et sic in infinitum. Ut quinarius continet duplum bis et ejus alteram partem, unde est ei duplex sexqualter. Et potest esse quod aliquid contineat aliud pluries et ejus aliquas partes, et tunc dicatur multiplex | superparciens, cujus species componuntur ex *S.* f. 92 a 1. speciebus multiplicis et speciebus superparcientis, ut duplum superbiparciens, et triplum superbiparciens, et sic de aliis. Unde octonarius est multiplex superparciens ad ternarium quia continet ipsum bis et duas ejus tercias, unde est ei duplus superbiparciens tercius. Species vero partis sumetur per apposicionem hujus preposicionis 'sub' ad species tocius. Nam dicuntur submultiplex, subsuperparticulare, subsuperparciens, submultiplex subsuperparticulare, submultiplex subsuperparciens. Patent autem species istorum juxta species totorum, nam dicuntur subduplumsubsesqualterum, subsuperbiparciens, [subduplumsubsesqualterum,] subduplum superbiparciens, et sic in infinitum. Unde si binarius est duplus ad unitatem, tunc unitas est subdupla ad binarium; et si ternarius est sesqualter ad | binarium, tunc binarius est *D.* f. 48 b 1. subsesqualter ad ternarium, et sic de aliis. Cum igitur omnia que sequuntur et que considerantur in Mathematicis fundantur super hanc divisionem tocius et partis, mirum est quod non solum doctores vulgi sed auctores aliqui ⟨non⟩ ponunt hoc in suis Arismeticis; communissima quidem sunt respectu omnium post divisionem assis, et ideo hic in principio debent merito collocari.

1 ipsum] illum *S.* 3 debet fieri] melior est *D.* 7 speciebus] *om. D.* 10 quinarius] quintus *S.* 11 duplex] duplus *S.* 16 multiplex] numerus *S.* 24–5 subduplum superbiparciens] *om. S.* 28 subsesqualter] sexquialter *D.* 28–*p.* 76. 2 Cum . . . *ejus*] *om. D.*

Capitulum tercium de proporcione et ejus denominacione et partibus ejus.

HIIS habitis patent omnes species proporcionis note vel numeralis. Proporcio est habitudo duarum quantitatum vel proporcionum, vel comparacio vel relacio secundum equalitatem vel inequalitatem. Si secundum equalitatem, tunc nota est nobis et nature et nomen habet, ut duorum binariorum proporcio est equalitas, et similiter duarum duplarum proporcionum proporcio est equalis. Proporcio vero que est secundum inequalitatem quedam est secundum species jam dictas majoris inequalitatis et minoris, et hec adhuc est certa et nota nobis et nature, quoniam nominatur certa racione et comparacione tocius ad partem, vel e converso, ut dupla, tripla, quadrupla, et e converso, et sic secundum omnes species multiplicis, aut sesqualtera, sesquitercia, et sic secundum omnes species superparticularis, aut superbiparciens, supertriparciens, et sic secundum omnes
S. f. 92 a 2. species superparcientis, aut dupla sesqualtera, | dupla sesquitercia, et sic secundum omnes species multiplicis superparticularis, aut dupla superbiparciens, dupla supertriparciens, et ita secundum omnes species multiplicis superparcientis, aut e converso, secundum species partis seu minoris inequalitatis. Exempla vero patent superius, et ideo non oportet ea hic cumulari, sed querantur ibi. Denominacio proporcionis est numerus denotans majoritatem precisam vel minoritatem unius quantitatis ad aliam. Quantitatum dico in tali proporcione se habencium ut binarius est denominacio duple; et ubicunque est dupla proporcio major in minus numerus continet minorem bis, et sic est in aliis. Et hee proporciones reperiuntur in omnibus numeris, nam omnis numerus minor aut est pars aut partes majoris, ut binarius est pars quaternarii et est due tercie ternarii; et omnes numeri communicant in unitate que est pars aliquota cujuslibet numeri, et propter hoc est comparacio certa et

3–4 note vel numeralis] *om. D.* 5 vel proporcionum] *om. D.* 8 equalitas] equalis *S.* 8–9 et . . . equalis] *om. D.* 12 adhuc] *om. D.* 19 sic] ita *S.* 24–9 sed . . . aliis] *om. D.* 32 *post* due] partes scilicet due *add. D.*

nota inter quoslibet numeros, et potest nominari secundum equalitatem vel secundum aliquam speciem majoris inequalitatis aut minoris. Et sicut hee proporciones recipiuntur in numeris omnibus et in aliquibus quantitatibus continuis, scilicet illis que assimilantur numeris, sicut eciam in seipsis simpliciter consideratis possunt inveniri. Nam sicut binarius est duplus ad unitatem et linee unius pedis est dupla linea duorum pedum, sic proporcio est dupla proporcioni simple vel equalitati, quia duplex est bis simpla. Et sic intelligendum est in omnibus speciebus proporcionum jam dictis. Nec est de hoc mirandum, scilicet quod proporcio sit inter proporciones, nam sicut una quantitas excedit aliam, ut quaternarius binarium, sic una proporcio excedit aliam, ut quadrupla duplam; et sicut quaternarius est binarius duplicatus, sic proporcio quadrupla est dupla duplicata. Hic igitur adducendum quod proporcionem aliquam se haberi in aliqua specie majoris inequalitatis; ad quam dicimus, cum suus denominator ad denominacionem alterius in aliqua istarum specierum se habuerit, ut dicimus triplam se habere ad duplam in proporcione sesqualtera, et ternarius ad binarium in tali proporcione invenitur, qui sunt denominatores dictarum proporcionum, et sic in ceteris intelligendum est. Similiter proporcionem se habere ad aliam in aliqua specie minoris inequalitatis in suum denominatorem; | sic se habere ad denominatorem alterius, quod patet per *S.* f. 92 b 1. exemplum convertendo terminos predictos in numeris, licet contingat in aliquibus quod pars minor est vel partes majoris.

Propter quod philosophi qui certitudinem quesierunt in *D.* f. 48 b 2. quantitatibus continuis posuerunt secundum institucionem suam et usum aliquod indivisibile, non secundum naturam set secundum potestatem et secundum sensum, quod assimiletur unitati in numeris, quod aliquociens sumptum reddat

3–28 Et sicut . . . majoris.] Set in quantitatibus continuis aliud est, nam continua quantitas dividitur in infinitum secundum suam naturam, nec habet ex se aliquem indivisibilem ad quem est status, sicut numerus habet unitatem. Et ideo non omnis quantitas est pars vel partes majoris nec communicant in aliquo indivisibili naturaliter, nec hec potest nobis esse certum sicut in numeris, licet contingat in aliquibus. *D.*

omnem quantitatem continuam de qua debet esse certitudo nostra; per quod indivisibile accidit ut omnis quantitas minor certa sit pars vel partes majoris certificate, sicut accidit in numeris. Et philosophi latini concordaverunt quod granum ordei sit illud minimum, quod quater sumptum facit digitum, et digitus aliquociens sumptus facit palmam, et palma aliquociens sumpta facit pedem, et pes cubitum, et cubitus passum, et sic ultra usque ad perticam et stadium et miliare et leucam.

De hiis vero sic scribit Alardus Batoniensis in *edicione speciali super librum Elementorum Euclidis* dicens: ‘Excercitacionis geometrici geometricalia instrumenta sunt mensure geometrice, scilicet pertica cum palma, digitus, pes, passus et ulna. Istis sex adde duo cum stadio miliare.’ Vel secundum Ge⟨r⟩bertum, ‘digitus, uncia, palmus, sexstilis, que est dodrans, pes, et laterculus, cubitus, gradus, passus, pertica vel decempeda, actus minimus, clima, porta, actus quadratus vel agripennus, jugerum vel jugum vel centuria, stadium, miliare, leuca age. Digitus continet quatuor grana ordei in longitudine continuatim disposita, dictus digitus geometricus ad differenciam singulorum qui diversi diversarum quantitatum sunt. Uncia continet digitum et terciam partem digiti. Palmus quatuor digitos et uncias tres. Sexstilis digitos duodecim et uncias novem, palmos tres. Pes digitos sedecim’ et cetera.

Assignatis enim totalibus mensuris facile est parciales committere. Laterculus, dictus a latere indeclinabili, habet in latitudine pedem unum in longitudine pedem unum et deuncem ejus. Cubitus pedem unum et semissem; gradus cubitos duos. Gradus passum unum et bisse; pertica passus duos. Actus minimus superficialis est habens in latitudine pedes quatuor in longitudine quadraginta. Clima quoque
S. f. 92 b 2. superficiale | est habens utrimque pedes quadraginta. Porta similiter in longitudine quadraginta in latitudine triginta.

5 illud] istud *D.* quater sumptum] aliquociens sumptus *S.* 8 ultra] utraque *S.* stadium et] standum ad *S.* 10–*p.* 79. 10 De hiis . . . dimidium.] Et ceteras mensuras geometricas de quibus certificandum est in *Practica Geometrie. D.* 29 deuncem ejus] demittere *S.*

Actus quadratus, qui et agripennus, undique habet perticas duodecim. Juger duobus agripennis conficitur, habens in longitudine perticas viginti quatuor in latitudine perticas duodecim. Cujus quarta pars dicitur tabula, continens perticas confractas id est palmas et superficiales septuaginta duo. Centuria continet jugera ducenta, licet eciam solet derogari tam longitudini quam latitudini dummodo summa continue reintegretur in constrato. Stadium passus 125; miliarium stadia octo; leuca miliarium unum et dimidium.

In hujusmodi autem mensuris minor est semper pars vel partes majoris, et omnes communicant in grano ordei, sicut unum in unitate. Et hee quantitates continue dicuntur racionales largo nomine quia de hiis possumus raciocinari et certificari, et sic omnes numeri sunt racionales largo modo. Qualiter tamen intelligendum sit certius de quantitatibus racionalibus patebit magis inferius suo loco. Item, dicuntur largo modo commensurabiles quia communicant in grano ordei sicut numeri in unitate, et quia minor est pars vel partes majoris sicut in numeris. In hiis igitur quantitatibus continuis sic positis secundum mensuras notas est proporcio certa et nota secundum equalitatem vel secundum species majoris inequalitatis vel minoris. Sed in aliis quantitatibus que non mensurantur nec denominantur ab aliqua istarum mensurarum, nec cum dictis communicant in hujusmodi certis mensuris, nec in aliquibus mensuris sic positis, non est proporcio certa nec nota nobis nec nomine ut inter latus quadrati et dyametrum ejus. Nam si latus sit aliquod digitorum, diameter nullorum erit. Unde nullam habent communem mensuram, sicut vulgatum est apud philosophos, quod diameter est coste assimiter quasi lateri incommensurabilis, hoc est, non habet aliquam communem mensuram | geometricam; et ideo si una est racionalis alia *D.* f. 49 a 1.
est irracionalis quantum ad genera mensurarum secundum

11 semper] *om. S.* 13 unum] numeri *D.* dicuntur] sunt *S.* 14 hiis] eis *D.* 17 Item] Et *D.* 19 quia] *om. D.* 26 certis] *om. D.* 26–7 nec . . . positis] *om. D.* 27 nomine] nature *D.* 28 ut] nec *S.* 29 aliquod] aliquot *D.* 31 quasi] id est *D.* 32 communem] *om. S.*

S. f. 93 a 1. quas una dicatur racionalis. In hujusmodi igitur quantitatibus non est proporcio certa et nota nobis nec nomine, quia non potest nominari secundum equalitatem nec secundum aliquam speciem majoris inequalitatis vel minoris. Et tamen est proporcio, licet non nominanda in speciali, quia una est major alia vero minor, nec ideo proporcio non est, ut demonstrabitur suo loco. Set quantum sit una major alia non potest dici.

Addiscentibus igitur quintum Euclidis magna accidit difficultas, quoniam ante diffinicionem proporcionis non ponuntur species majoris inequalitatis et minoris, cum proporcionum racio non pateat nisi in illis speciebus, quia eciam non exprimitur que est certa proporcio in numeris et continuis secundum modum jam dictum de inveniendo indivisibili secundum potestatem nostram in continuis sicut per naturam est in discretis. Ut racio proporcionum intelligatur uniformiter in continuis et discretis non modica difficultas in exposicione diffinicionis proporcionis involvit addiscentes, et similiter capitulo sequenti ut in eo patebit et similiter in omnibus que sequuntur.

Capitulum quartum de proporcione divisa secundum Geometriam, Arismeticam, et Musicam: et excluduntur cum hiis duo errores.

De proporcionalitate dicendum est quod ipsa est habitudo proporcionum vel melius similitudo, sicut proporcio est habitudo quantitatum, ut dicitur esse eadem habitudo inter 8 et 4, et inter 4 et 2, quoniam dupla proporcio est utrobique. Et eadem est habitudo inter 4 et 3 et 2, quantum ad differenciam, quoniam unitas est differencia utrobique. Et dicitur esse eadem proporcio inter octuplam et quadruplam que est inter quadruplam et duplam, quia dupla est utrobique. Et eadem est proporcio inter

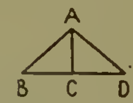
2 et] nec *D.* nomine] nature *D.* 3 non] nec *D.* 5 quia] quoniam *D.* 6 vero] vel *D.* nec] et *D.* non] *om. D.* 9–23 Addiscentibus . . . *errores.*] *om. D.* 24 ipsa] illa *D.* 25 vel . . . similitudo] *om. S.* 26 habitudo [2]] proporcio *S.* 29 quoniam] quia *D.* 30–*p.* 81. 4 Et . . . simplam.] *om. D.*

quadruplam et triplam et duplam quoad differenciam vel excessum, quia simpla est differencia. Unde quadrupla excedit triplam in simplam, et tripla excedit duplam in simplam. Potest autem tribus modis variari proporcionalitas, nam habitudo proporcionum terminorum datorum per ordinem potest esse secundum equalitatem plenam, vel secundum species majoris inequalitatis et minoris, scilicet penes racionem integri et fraccionis, vel secundum inequalitatem absolutam; ut si accipiamus tres quantitates equales, scilicet tres binarios, patet quod que est proporcio primi ad secundum eadem est secundi ad tercium | et hoc secundum plenam equalitatem. Similiter intellige in tribus duplis, vel potest esse secundum aliquam speciem inequalitatis, et hoc secundum integrum, ut in multiplicitatibus, ut que est proporcio octo ad quatuor, eadem est quatuor ad duo; nam dupla est, quia integre bis continetur quatuor ab octo et duo ab quatuor, et eadem est proporcio octuple ad quadruplam; vel secundum genus fraccionis, ut in superparticularibus et superparcientibus, ut que est proporcio 6 ad 4 est 3 ad 2, quoniam sexquialter, et in superparcientibus, ut que est proporcio quinarii ad tres eadem est denarii ad sex, quoniam superbiparciens tercias, et sic potest fieri in multiplici superparticulari, et in multiplici superparciente, et in speciebus omnibus minoris inequalitatis. Et in proporcionibus similiter, ut que est proporcio quintuple ad triplam eadem est decupla ad sextuplam, et sic intelligimus hoc totum capitulum in proporcionibus, adeo bene sicut in quantitatibus per modum hic positum, denominando proporciones a numeris. Et sic hee proporcionalitates vel medietates sunt communes quantitatibus et proporcionibus. Et iterum posset esse ubi neque est equalitas nec aliqua species dicta, set solum secundum inequalitatem absolutam non descendendo ad aliquam speciem, sicut | in quantitatibus que non communicant in aliqua mensura nota, inter quas non est proporcio nota, licet sit proporcio, ut si sumatur diameter

S. f. 93 a 2.

D. f. 49 a 2.

12 Similiter . . . duplis] *om. D.* 17 et . . . quadruplam] *om. D.* 19–20 ut . . . sexquialter] *om. S.* 24–30 Et . . . proporcionibus] *om. D.* 31 ubi neque] ut non *S.*

et costa et tercia linea eis conjuncta in proporcione sicut bene possibile est, ut sunt hic diameter 

et latus *AB* et semidiameter *AC*, sicut ex octava sexti *Elementorum* Euclidis manifestum est, et inferius declarabitur. Si igitur inter terminos datos sit eadem denominacio proporcionis penes equalitatem vel penes aliquam speciem majoris inequalitatis, vel in universali penes inequalitatem absolutam, tunc est primus modus proporcionis, et dicitur Geometrica, quia in rebus geometricis sunt quantitates in quibus potest esse omnis talis proporcio tam nota quam ignota, sed in aliis rebus non potest esse, ut in numeris, sed solum nota. Secundus modus proporcionalitatis est quando est similitudo proporcionum inter terminos datos penes quantitatem excessus, vel penes differenciam inter eos, quod idem est, ut in ordine numerorum naturali, incipiendo ab unitate vel binario usque in infinitum. Nam ternarius excedit binarium in unitate, et quaternarius ternarium in unitate, et quinarius quaternarium in unitate, et sic de omnibus numeris immediate positis, et hec ab omnibus vocatur proporcionalitas arismetica, quia est in rebus arismeticis, scilicet in numeris
S. f. 93 b 1. naturaliter | et non in aliis nisi assimilentur numeris, ut in duobus granis et tribus et quatuor, et quinque, et sic ulterius, secundum mensuras geometricas. Et quoniam ita est secundum omnes, tunc patet quod proporcio non solum attenditur penes denominacionem secundum equalitatem aut inequalitatem, ut prius habitum est, sed secundum convenienciam quantitatis excessus sive differencie terminorum, licet vulgus in hoc erret. Nam secundum Euclidem et secundum omnes, proporcionalitas est similitudo (vel habitudo) proporcionum, sed arismetica proporcionalitas est vera proporcionalitas, ergo est similitudo proporcionum; sed non est secundum similitudinem denominacionis ut geometrica,

1 proporcione] proporcionalitate *D.* 5, 8 proporcionis] proporcionalitatis *D.* 9 sunt . . . quibus] quo sunt quantitates continue *D.* 15 ab unitate vel] *om. D.* 21 nisi] non *D.* 27 sive] due *D.* 28 licet . . . erret] *om. D.*

ergo similitudo sua consistit in idemptitate differencie. Quapropter similitudo proporcionum est penes idemptitatem differencie, sicut per eandem denominacionem dictis modis. Et in hoc | consentit Boetius in *Arismetica*. Ceterum quater- *D.* f. 49 b 1. narius excedit ternarium in unitate, et illa unitas est tercia ternarii, ergo quaternarius comparabitur ad ternarium dupliciter, scilicet in quantitate excessus et in tercia parte ternarii. Set proporcio est comparacio quantitatum, quapropter non solum dicetur proporcio quatuor ad ternarium propter terciam partem, sed quoad excessus quantitatem, et primo quia comparacio eorum penes excessum est prima. Et ideo secundum auctores et secundum veritatem debemus dicere quod proporcio est inter quatuor et tria dupliciter, una secundum quantitatem excessus et alia secundum genus fraccionis, licet vulgus proporcionem vocet que est penes denominacionem equalitatis vel inequalitatis.

Tercia proporcionalitas est quando eadem est comparacio terminorum extremorum et differenciarum, ut inter sex, quatuor, et tres, dupla est proporcio sex ad ternarium, et similiter inter binarium et unitatem, binarius est differencia sex ad quatuor, et unitas est differencia quatuor ad ternarium. Et hec vocatur musica proporcionalitas, quia est in consonanciis et armoniis musicis, que sunt diapente et diapason et ceteris, ut Boetius dicit, et ideo sic vocatur.

Et hic considerandum quod hee tres proporcionalitates sunt medietates et secundum Boetium et Jordanum in *Arismetica* et secundum Alardum Batoniensem in exposicione *quinti Elementorum* Euclidis quam tradidit, non in *Commento* sed in *edicione speciali* quamvis vulgus hoc ignoret. Et dicuntur medietates quia stantibus eisdem extremis et medio variato nascuntur, ut quadraginta et decem ponatur igitur medium viginti; planum est quod geometrica medietas exsurgat, quoniam dupla proporcio est hinc inde. Si vero ponatur viginti-quinque, planum est quod differencia est

2–3 Quapropter . . . differencie] *om. S.* 4–5 quaternarius] quartus *S.* 5 tercia] 2ª. *S.* 23 et armoniis] *om. D.* 23–4 que . . . ceteris] *om. S.* 24 ut . . . vocatur] *om. D.* 26 et[1]] nam idem est proporcionalitas et medietas *D.* 29 quamvis . . . ignoret] *om. D.* 32 medietas] proporcionalitas *D.*

eadem, scilicet quindecim, inter primum et secundum et inter secundum et tercium, et ideo est arismetica medietas. | *S.* f. 93 b 2. Si vero ponatur sedecim, tunc est musica, quia quadraginta ad decem est quadrupla proporcio. Similiter vero inter differencias que sunt viginti-quatuor et sex; et quantitates vel proporciones secundum aliquam istarum duarum proporcionum se habentes dicuntur proporcionales ut octo, quatuor, duo, et octo, quatuor, et tres. Sed Euclides in quinto *Elementorum* non prosecutus est conclusiones arismetice et musice medietatis, sed tantum geometrice, ut dicit Alardus, quia geometrice sufficiunt ad constituendum *D.* f. 49 b 2. scienciam magnam et | volumen grande, et ideo separavit conclusiones geometrice medietatis in volumine proprio, et forsan de aliis determinavit suis locis, vel posterioribus reliquit indagandas. Principia tamen quinti libri sunt communia conclusionibus omnium medietatum. Cum igitur proporcionalitas sit hiis tribus modis qui sunt communes multis aliis, necesse est quod inter Communia Mathematice collocentur. Ceterum cum diffinicio proporcionalitatis sit communis hiis tribus non potest exponi secundum sua⟨m⟩ communitate⟨m⟩ in una specie ejus, ne crederetur quod solummodo esset illa species et non alia. Et ideo debuit Euclides, aut saltem expositores ejus, descendere ad has tres species in exposicione diffinicionis proporcionalitatis, et ideo volui hic eas explanare.

Distinccio secunda de divisione proporcionalitatis penes continuam et discontinuam, et de proporcionalitate, et de quantitatibus in proporcionibus, excusans ab exposicione quorundam, et habet capitula quatuor.

Primum capitulum est de divisione proporcionalitatis secundum continuam et discontinuam, et de exposicione verborum Euclidis circa eam.

NUNC dicendum est de alia divisione proporcionalitatum, scilicet secundum continuam et discontinuam. Continua

3 quia] nam *D.* 4 Similiter] Simpliciter *S.* 5-8 et² . . . tres] *om. D.* 11 Alardus] Aliardus *S.* 33 dicendum] igitur accendendum *D.* 34 discontinuam.] discontinuam et alias consequentes. *D.*

dicitur esse inter tres terminos ad minus, et inter res ejusdem generis, et ubi medius terminus accipitur ut consequens ad primum et ut antecedens ad tercium. Unde hic considerandum quod tam continua proporcionalitas quam discontinua communis est quantitatibus continuis et discretis et proporcionibus. Res ejusdem generis sunt, ut linee adinvicem vel numeri adinvicem, superficies invicem, vel corpora, vel tempora, vel proporciones adinvicem. Res vero diversorum generum sunt, ut linee et superficies et materia et proporciones et hujusmodi adinvicem comparata. Quando igitur dicitur sic: 'que est proporcio *A* ad *B* eadem *B* ad *C*', tunc est continua proporcionalitas, quia *B* continuatur cum *A* et *C*, ut que est | proporcio octo ad S. f. 94 a 1. quatuor eadem est quatuor ad duo. Et in proporcionibus sicut se habet octupla ad quadruplam sic quadrupla ad duplam. Unde in primo exemplo *A* et *B* et *C* conveniunt continuis et discretis et proporcionibus. Et quando discontinuatur medium ab extremis et fiunt quatuor termini ad minus, tunc est discontinua proporcionalitas, ut sicut *A* ad *B* sic *C* ad *D*. Et intelligantur hii termini convenire continuis et discretis et proporcionibus; exemplum hujus patet in numeris dicendo, sicut se habet quatuor ad duo et sic sex ad tres. Sex enim non continuatur cum quatuor et duobus, set dirumppitur continuacio vel renovacio. Exemplum in proporcionibus patet justa exemplum in numeris accidendo, scilicet proporciones devolutas a numeris illis sic dicendo: 'sicud se habet quadrupla ad duplam sic sescupla ad triplam', et sic intelligatur hic et ubique. Et hec proporcionalitas potest esse inter res ejusdem generis, ut nunc exemplificatum est in numeris, et inter res diversorum generum, ut sicut se habet binarius ad unitatem sic linea duorum pedum ad lineam unius pedis. Euclides vero in

3-6 Unde . . . proporcionibus.] *om. D.* 6 Res] Et res *D.* 7 vel . . . invicem] *om. D.* 8 vel proporciones adinvicem] *om. D.* 10 materia] numeri *D.* proporciones et] *om. D.* 14-17 Et . . . proporcionibus.] *om. D.* 17 Et] Set *D.* 19-22 ut . . . dicendo] *om. D.* 23 Sex] Sextarius *D.* 24 vel] et fit extremorum novorum *D.* 24-8 Exemplum . . . ubique.] *om. D.* 28-9 proporcionalitas] *om. D.* 30 exemplificatum] explanatum *S.* 32-p. 90. 32 *only in S.*

hoc loco non utitur hiis verbis planis in suis diffinicionibus sed obscuris valde, circa quorum exposicionem fiunt magni tractatus, sed quia nulla utilitas est, ut inferius patebit, ideo transmitto curiosos ad superfluas exposiciones. Et breviter in exemplis aperio intencionem Alardi Batoniensis in *edicione speciali*. Dicit enim Euclides, ‘quantitates que dicuntur proporcionem continuam habere sunt quarum equemultiplicia aut equalia sunt, aut ea que sine interrupcione addunt vel minuunt.’ Accipiam igitur tres binarios et equemultiplicia equalia adinvicem et sic patet prima pars diffinicionis ut 4.4.4. ad 2.2.2, hic tres quaternarii sunt equemultiplices ad tres binarios quoniam dupli, et iterum equales adinvicem accipiuntur. Et patet quod tres binarii sunt continue proporcionalitates secundum equalitatem. Si vero accipiemus octo, quatuor, duo, et eorum equemultiplicia [quoniam] dupla, ut sunt sedecim, octo, quatuor, patet quod incipiendo ad 16 comparando illa ad *S.* f. 94 a 2. octo, et octo | ad quatuor et quatuor ad duos, ista sine interrupcione addunt super se, scilicet quantum ad denominacionem proporcionis, non quantum ad quantitatem excessus in hoc exemplo. Nam sicut est dupla proporcio inter sedecim et octo, ita inter octo et quatuor, et inter quatuor et duo, quoniam addito in geometrica proporcionalitate continua erit per similem denominacionem; et similiter in musica, licet differenter; sed in arismetica penes quantitatem excessus sive penes idemptitatem differencie, ut patet ex predictis. Sed continua proporcionalitas potest esse in arismetica medietate et in musica, sicut in geometrica, ut patet in exemplis, et Boetius hoc edocet in *Arismetica*. Si vero incipiatur a minoribus terminis, ut a quatuor per octo in sedecim, tunc patet quod hec equemultiplicia sine interrupcione minuunt adinvicem, scilicet secundum proporcionem quantum ad consimilem denominacionem proporcionis, non quantum ad quantitatem excessus, quia subdupla proporcio est quatuor ad octo, et talis est octo ad sedecim, propter quod iste quantitates proporcionate, scilicet octo, quatuor, duo, sunt continue proporcionales, unde sensus

11 ad] 1. *MS.* tres quaternarii] duo ternarii *MS.* 30 accipiatur *MS.*

diffinicionis est quod 'ille quantitates sunt continue proporcionales quarum equemultiplicia sunt continue proporcionales', et hec diffinicio non solum est in proporcionalitate geometrie set arismetica et musica. Nam si accipiantur iste quantitates quatuor, tres, duo, et eorum equemultiplicia [quoniam] dupla ut octo, sex, quatuor, patet quod eadem est quantitas excessus in addicione incipiendo ab octo et eadem quantitas diminucionis incipiendo a quatuor. Sicut enim octo addit super sex ipsum binarium, sic sex super quatuor, et sicut quatuor diminuit a sex binarium, sic sex ab octo, et sic secundum equalitatem potest intelligi hic. Nam si respectu trium duorum sumantur tres quaternarii, nulla quantitas excessus est inter equemultiplicia sed equalitas, et similiter de binariis tribus, et sic patent exempla in musica proporcione continua, ut propositis hiis quantitatibus sex, quatuor, tres, accipiantur eorum equemultiplicia, scilicet duodecim, octo, sex. Hec igitur est eadem proporcio terminorum extremorum et differenciarum. Et sicut hec multiplicia addunt adinvicem secundum proporcionalitatem musicam, sic quantitates proporcionate, et hoc si a majoribus incipiatur et e converso est diminucio si a minoribus incipiatur, et hec diminucio et addicio intelligenda sunt secundum racionem hujus proporcionalitatis musice sicut | in multi- S. f. 94 b 1.
plicibus geometricalibus intelligende sunt secundum proporcionem geometricam et in multiplicibus arismeticis secundum arismeticam.

Capitulum secundum de discontinua proporcionalitate.

DISCONTINUAM vero proporcionalitatem describit Euclides sub hiis verbis: 'quantitates que dicuntur esse secundum proporcionem unam prima ad secundam et tercia ad quartam sunt quarum prime et tercie multitudines equales multitudinibus secunde et quarte equalibus sunt similes' in addicione diminucione et equalitate eodem ordine sumpte. Unde intencio diffinicionis est quod sumptis equemultiplicibus ad primam et terciam et iterum equemultiplicibus ad

secundam et quartam, tunc si multiplex prime se habet ad multiplex secunde sicud multiplex tercie ad multiplex quarte, eadem est proporcio prime ad secundam et tercie ad quartam. Et conversa diffinicionis stat in hac consequencia: si proporcio prime ad secundam est sicut tercie ad quartam tunc multiplex prime se habet ad multiplex secunde sicut multiplex tercie ad multiplex quarte. Hoc ideo dixi quia Euclides in sequentibus aliquando utitur diffinicione, aliquando conversa diffinicionis. Exempla de equalitate ponunt in hiis terminis; patet enim quod multiplex primi se habet ad multiplex secundi sicut multiplex tercii ad multiplex quarti, quoniam equalitas est utrobique, ergo quantitates quatuor proposite sunt discontinue proporcionales. Exempla de addicione et diminucione sunt ista: si enim a superioribus ad inferiora descendamus, patet quod multiplex primi est sexquintuplum ad multiplex secundi et multiplex tercii est sexquintuplum ad multiplex quarti, quantitates hee quatuor proporcionate sunt discontinue proporcionales. Et si ab inferioribus ad superiora ascendamus, patet quod ibi est uniformis diminucio, quoniam est proporcio subsesquetercia multiplicatis secunde ad multiplex prime, sicut multiplicatis quarte ad multiplex tercie. Et similiter est de arismetica proporcionalitate, nam positis hiis quantitatibus, quatuor, tres, sex, quinque, et accipiantur equemultiplicia ut octo, sex, duodecim, decem, patet quod incipiendo a prioribus multiplex primi addit super multiplex secundi sicut multiplex tercii super multiplex quarti secundum addicionem que requiritur
S. f. 94 b 2. in arismetica medietate. Et similiter accidit in | diminucione si a posterioribus. Et si semper equemultiplicia accipiantur omnium quatuor, verificatur dictum Euclidis in arismetica proporcionalitate, nec oportet sumere equemultiplicia primi et tercii tripla ad secundum et quartum diversa ab equemultiplicibus secundi et quarti, ut si dupla accipiantur respectu primi et tercii, et tripla respectu secundi et quarti, nam hoc non requirit diffinicio; ut patet si proponantur quantitates hee, quatuor, tres, sex, quinque, et sumatur

1 secundam] terciam *MS.*

dupla ad primam et terciam, ut octo respectu primi et duodecim respectu tercii, et tripla accipiatur respectu aliorum, ut novem respectu secundi et quindecim respectu quarti, patet quod non est eadem differencia inter multiplex primi et secundi que est inter multiplex tercii et multiplex quarti, nam inter multiplex primi et multiplex secundi est unitas sed inter alia est tres. Et ideo aliter quandoque oportet uti hac diffinicione in arismetica proporcionalitate et aliquando aliter in geometrica. Musica autem utitur illa sed aliter, nam si accipiantur quatuor quantitates de quibus scire volo aut sint continue proporcionales secundum hanc medietatem, sex, tres, duodecim, sex, accipiam equemultiplicia ad primum et tercium, scilicet ad sex et duodecim, et sint dupla ut respectu primi duodecim, respectu tercii vigintiquatuor, et respectu secundi et quarti sumantur equemultiplicia, ut dupla primo sicut respectu secundi sex, et respectu quarti duodecim; patet quod in addendo duodecim se habet ad sex sicut multiplex primi ad multiplex secundi, sicut multiplex tercii ad multiplex quarti, ut scilicet vigintiquatuor ad duodecim. Et hoc idem exemplum quantum ad proporcionis denominacionem erit e converso dividendo, et erunt quantitates proposite incontinue proporcionales secundum medietatem musicam si ponantur media conveniencia, ut inter sex et tres ponantur quatuor, et inter duodecim et sex ponantur octo, nam eadem est proporcio extremorum et differenciarum, ut patet. Et similiter erit medietas hec inter equemultiplicia sumpta ut scilicet hoc sit verum quod multiplicia possunt habere medium secundum hanc proporcionalitatem sicut quantitates proporcionate, nam ponatur octo inter multiplex primi et multiplex secundi, scilicet inter duodecim et sex; similiter ponantur sedecim inter vigintiquatuor et duodecim; et erit hec | medietas, nam eadem est proporcio S. f. 95 a 1.
extremorum. Similiter etiam si sumatur tripla omnium quantitatum propositarum et quadrupla, et sic in infinitum, ita quod semper equemultiplicia sumantur omnium. Nam hec equemultiplicia similiter addunt vel minuunt, et habebunt hanc medietatem posito medio debito sicut quantitates

proporcionate, ut in uno exemplo sit manifestum pro infinitis. Sicut quantitates proporcionate ut prius sex tres, duodecim sex, et sumantur tripla ut ad primum octodecim, ad tercium triginta sex, ad secundum novem et ad quartum octodecim : patet enim quod sicut se habet octodecim ad novem in dupla proporcione sic se habet triginta sex ad octodecim, et erunt ista multiplicia ex utraque parte ordinanda secundum hanc medietatem. Nam ponam inter octodecim et novem duodecim, et differencia inter octodecim et duodecim est sex, et differencia inter duodecim et novem est tres, inter quas differencias est dupla proporcio ut patet, sicut inter extrema que differencie sunt octodecim et novem. Eodem modo inter triginta sex et octodecim ponam vigintiquatuor, et erit eadem proporcio extremorum et differenciarum, ut patet. Sed si ad primum et tercium sumantur equemultiplicia, ut dupla, et ad secundum et quartum equemultiplicia alia in proporcione ut tripla, tunc erit addicio et diminucio hinc inde secundum formam numerorum Euclidis. Et hoc sufficit pro intencione sua. Sed non accidit medietas musica inter ipsa equemultiplicia, ut propositis quantitatibus istis, sex, tres, duodecim, sex, et sumantur dupla ad primum et tercium, scilicet duodecim respectu primi et vigintiquatuor respectu tercii, et triplum secundi ut novem et triplum quarti, scilicet octodecim, patet quod sicut duodecim addit in proporcione sexquitercia respectu novenarii sic vigintiquatuor respectu octodecim, et e converso diminuendo. Sed nullum medium proporcionale secundum musicam medietatem est inter duodecim et novem, nec inter vigintiquatuor et octodecim.

Capitulum tercium de inproporcionalitate et de quantitatibus inproporcionalibus.

CONSIDERANDUM vero diligenter de inproporcionalitate et quantitatibus inproporcionalibus simul cum proporcionibus, et primo de inproporcionalitate duarum que opponuntur

4 triginta sex] 16 *S.* 21 sex . . . sex] 6. 12. 3. 6. *S.* 34–p. 91. 2 et primo . . . proporcionalitati.] *om.* *D.*

proporcioni, secundo de inproporcionalitate plurium que opponitur | proporcionalitati. Vulgus vero mathemati- S. f. 95 a 2. corum dicit quod proporciones sunt similes vel eedem, aut dissimiles et diverse. Similes vero dicuntur vel eedem que habent similem vel eandem denominacionem, ut due equales proporciones denominantur ab equalitate, vel due duple a duplicitate vel binario, due triple a triplicitate et ternario. Tales enim proporciones sunt similes vel eedem, scilicet in specie, et sic secundum alias denominaciones secundum ceteras species majoris inequalitatis vel minoris. Set istud non sufficit cum prius ostensum sit quod proporcio consistit penes quantitatem excessus sicut penes equalitatem vel inequalitatem, ergo similes sunt proporciones inter tercium et quartum et inter tercium et secundum, scilicet | penes D. f. 50 a 1. quantitatem excessus. Et dicunt quod dissimiles sunt quando diversam habent denominacionem, ut una sit major et altera minor, ut dupla et tripla habent diversas denominaciones; sed similiter deberent dicere quod diverse sunt et dissimiles, quia habent diversam quantitatem excessus, ut inter sextarium et quaternarium et inter quaternarium et trinarium, quia primorum quantitas excessus est binarius, secundorum est unitas. Est igitur eadem proporcio vel similis, que habet eandem vel similem denominacionem vel quantitatem excessus eandem vel similem; diversa vel dissimilis est que habet diversam quantitatem excessus, vel diversam denominacionem. Sed cum dicunt quod major proporcio est que habet majorem denominacionem, et minor que habet minorem, ut tripla est major quam dupla, hoc in multiplicibus verum est, sed in aliis non oportet, immo multipliciter hoc fallit, sicut eciam Alardus Batonensis in *edicione speciali*. Nam sexqualtera major est quam sesquitercia, et tamen a minore numero denominatur sesquialterum quoniam a binario, et sesquitercium a ternario, et sexquitercium in proporcionibus est majus quam sexquiquartum, et sic ulterius. Et sic in superparcientibus, nam

8 enim] igitur *D.* 11 sit] est *D.* 16 una] *om. S.* 19 quia] que *D.* 24 eandem vel similem] *om. S.* 25 diversam] diversitatem *D.*

major proporcio est superbiparciens tercias quam superbiparciens quintas, unde major est proporcio quinarii ad ternarium quam septenarii ad quinarium, quia due tercie sunt plus quam due quinte. Et major proporcio est superbiparciens tercias que est inter quinarium et ternarium quam supertriparciens quintas que est inter octonarium et quinarium, et due tercie sunt plus quam tres quinte ejusdem rei, ut due tercie de quindecim sunt quinque et quinque,
S. f. 95 b 1. que | faciunt decem, sed tres quinte sunt tres ternarii que faciunt novem. Et eodem modo dicit esse in multiplici superparticulari et in multiplici superparciente. Si tamen in eodem genere fiat computacio vel comparacio secundum tocius quantitatem non secundum partis denominacionem, ut major est dupla sexqualtera quam dupla sexquitercia, et tamen minor est denominacio in dupla sexqualtera quam
D. f. 50 a 2. in dupla | sexquitercia, et major est differencia superbiparciens tercias quam dupla superbiparciens quintas, vel eciam quam dupla supertriparciens quintas, ut patet ex predictis. Et hoc docet in submultiplicibus, licet teneat, nam dicit quod universaliter major est proporcio quando ‘dux pluries continet comitem’, vel plus de comite. ‘Dux’ vocatur primus terminus, ‘comes’ est secundus, set in subdupla dux plus continet de comite quam in subtripla, ut binarius plus continet de quatuor quam de sex, et tamen subtriplum a majori numero nominatur. Et illud manifestum est ex octava quinti *Elementorum*, ex qua patet quod si una quantitas ad duas majores inequales comparetur, ut binarius ad quaternarium et sextarium, ad majorem illarum habebit minorem proporcionem et ad minorem vero habebit proporcionem majorem, ut dicit Euclides. Et sic patet de racione majoris proporcionis et minoris inter quaslibet duas quantitates, et de inproporcionalitate que

3 ternarium] quinarium *D.* 6 quintas] *om. S.* 7 et] quia *D.* 12 vel comparacio] *om. D.* 15 in] inter *D.* 16–17 differencia . . . quam] *om. S.* 17–18 vel . . . quintas] *om. S.* 19 licet teneat] *om. S.* 29–30 vero habebit] obtinebit *S.* 30 *post* Euclides] Item similiter deberent diffinire majorem proporcionem et minorem per comparacionem ad majorem quantitatem et minorem, set nichil de hoc tangunt. *D.* 30–p. 93. 38 Et sic . . . incontinua.] *om. D.*

opponitur proporcioni. Nunc parum dicendum est de inproporcionalitate que respondet proporcionalitati, et ibi nulla vis est secundum veritatem, licet secundum formam verborum Euclidis sit magna difficultas. Dico igitur quod inproporcionalitas est duplex, scilicet major et minor, et utraque est duplex. Nam potest considerari penes dissimilitudinem denominacionum proporcionum, scilicet diversitatem differenciarum. Major vero proporcionalitas secundum dissimilitudinem denominacionum potest esse geometrice vel musice, quia illa que est differenciarum pertinet ad arismeticam, et hec major potest esse opposita continue proporcionalitati vel discontinue, et sic minor inproporcionalitas multipliciter. Minor igitur inproporcionalitas continua est quando major est proporcio primi ad secundum quam secundi ad tercium ut major est proporcio octo ad quatuor quam quatuor ad tres, quia prima est dupla, secunda est sexquitercia. Et major inproporcionalitas incontinua est quando major est proporcio primi ad secundum quam sesqui|tercia tercii ad quartum, ut major est S. f. 95 b 2. proporcio octo ad quatuor quam sex ad quinque. Et e converso est minor inproporcionalitas, ut inproporcionalitas continua minor est inter tres et quatuor quam quatuor et octo. Et minor est inproporcionalitas incontinua quinque ad sex quam quatuor ad octo. Et sic patent exempla de omnibus modis inproporcionalitatis; per exempla proporcionalitatum, quilibet enim potest fingere exempla. Quod autem Euclides dicit quod cum fuerint prime et tercie equales multiplices, iterum quia tercie et quarte equemultitudines, addat 'aut multiplicacio prime super multitudinem secunde', non addat 'aut multiplicacio tercie super multitudinem quarte'; dicetur prima majoris proporcionis ad secundam quam tercia ad quartam. Vocabula ista patent ex diffinicione incontinue proporcionalitatis jam exposita, quia consimilia sunt, et hec diffinicio non est nisi majoris inproporcionalitatis, unde nichil tangit de minore sed per oppositum intelligitur. Atque hec diffinicio non est nisi de inproporcionalitate incontinua per quatuor quantitates et per earum multiplicia sumenda, sicut inproporcionalitate incontinua.

⟨*Distinccio tercia de necessariis in libris Euclidis. Capitulum primum de diffinicionibus.*⟩

NON placet michi plura circa diffiniciones .5. Euclidis videre inter principia, nam diffiniciones due de dupplicata et triplicata proporcione, licet inter principia non sunt reponenda, quoniam in veritate non sunt principia ut estimatur set conclusiones super quas cadit demonstracio, set non ante sextum librum *Elementorum* Euclidis, jam enim demonstravi eas, sicut eciam apud auctores inveni quod fuerunt demonstrabiles, ut inferius scietur. Diffiniciones vero relique .5. posite ab Euclide sunt conclusiones, ut omnibus mathematicis est notum, et multas earum proponit Euclides demonstrandas, et eas quas videro in conclusionibus recitabo. Et primi, si species majoris inequalitatis et minoris, quas non ponit, cum tamen necessarie sunt ad intellectum proporcionum et proporcionalitatum quas proponit demonstracio eciam medietatum in tres partes principales sint necessaria, ut eliceretur geometrica de qua in suis conclusionibus prosequitur. Correxi eciam ea que vulgantur circa similitudinem et dissimilitudinem proporcionum. Preterea non debui tenere modum Euclidis continue et discontinue proporcionatis et inproporcionatis penes majorem
D. f. 50 b 1. proporcionem et minorem, quoniam nulla pars | mathematice nec philosophie nec theologie utitur verbis et modo Euclidis, set solum secundum vias quas predixi, quapropter vanum et inutile est sequi verba Euclidis. Ceterum hic modus facilior est sine comparacione, quia nunquam potuerunt sapientes concordare in exposicione sentencie Euclidis sub vocabulis quibus utitur, set quilibet ab alio discordat, et tam absurda sunt vocabula quod intellectus abhorret ea. Quod si dicitur quod principia illa sub vocabulis sunt necessaria in modo demonstrandi conclusiones .5.[ti], duplex est hic responsio. Una est quod nulla proporcionum illarum est digna labore demonstrandi, ut suo loco patebit. Deinde facile est dare alium modum sub planis verbis quo valemus illas proposiciones quinti demonstrare, et preterea in valde paucis proposicionibus

demonstrandis utimur illis diffinicionibus, ut manifestum est intuenti.

Hiis autem consideratis, procedendum est ad alias diffiniciones communes toti mathematice, et hee multipliciter circa ductum linearum et numerorum et proporcionum, et circa communicacionem et incommunicacionem quantitatum, ut faciamus que sunt racionales et que irracionales. Omnes enim diffiniciones communes estimo adinvicem congregandas, quia communia communibus conveniunt, et a propriis naturaliter distinguuntur; si eciam ponerem diffiniciones communes cum propriis non esset evidens distinccio inter illas. Si vero conclusiones que secuntur ad principia de proporcionalitatibus et proposicionibus statim eis continuarem jam interrumperetur ordo principiorum. Principia enim, in quantum principia sunt, magis conveniunt quam conclusiones cum principiis, et ideo volui omnia principia in una continuacione ponere, ut unum corpus primo efficeretur de principiis, et aliud secundo de conclusionibus jungeretur. Preterea licet conclusiones de proporcionibus et proporcionalitatibus conveniunt cum principiis dictis, et alie conclusiones cum suis principiis, tamen oportet nos ad intellectum conclusionum unius generis | uti pluribus communibus principiis alterius generis, ut manifestum est ubique, et ideo decrevi ipsa principia omnia communia premittere, nec intellectus inpeditur. *D.* f. 50b 2.

Dico quod 'lineam duci in alium' est inequalem ortogonaliter erigi super illam in quam ducitur ut figura nascatur per addicionem linearum duarum equalium prioribus, quarum quelibet sue compari coequetur, vel in hec eque distet, ut *B* linea erigitur super *A* lineam, quibus additur *C* equalis *A*, et *D* equalis *B*. Lineam duci in seipsam est equalem erigi super eam ad angulos rectos, ut quadratum linee exsurgat. Nam hec perpendicularis est causa quadrati, et hujusmodi figura utroque modo est rectangula et paralellograma, id est paralellis, hoc est equidistantibus lineis contenta. Nam est superficies equidistancium laterum, et est tetragona, id est, .4. habens angulos. Prima tamen que est

29 eque] *corr. interlin. MS.*

ex lineis inequalibus retinent communiter nomen rectanguli et paralellogrami in superficiem equidistancium laterum, quoniam secunda habet nomen speciale, scilicet quadratum, et vocatur tetragonus absolute nomine, et prima vocatur tetragonus longus et altera parte longior; et figura producta ex lineis sic erectis, seu sint equales sive inequales, dicitur contineri ex eis. Nam etsi alie due addantur ad constitucionem figure, tamen comprehenduntur cum eis propter causam que in geometricis de hoc assignabitur. Sic igitur 'lineam duci in aliam', et 'figuram ex lineis contineri', est in usu mathematicorum. Set et racio et natura exigunt et sensus docet quod linea potest erigi super aliam ad angulos obliquos sicut ad rectos, et tunc si extremitatibus unius linee erigantur due, cum quibus ex una parte linea super quam erigantur faciat angulos minores rectis contraree in illam partem, et fiet triangulus; quod si .4. linee sint et non erigantur super se ad angulos rectos, tunc faciunt |
D. f. 51 a 1. species quadranguli diversas ex opposito contra quadratum et rectangulum. Et hic possumus dicere figuram contineri suo modo ex lineis suis, sicut in quadrato et rectangulo, licet hoc non sit in usu. Multa enim non sunt in usu que possibilem habent veritatem et racionem, et hoc nunc addidi propter dictum in numeris ponendum secundum descripciones faciles. Dixi vero lineam duci in seipsam et ex hoc quadrari, quia non potest linea in plus quam in sui quadraturam. Tantum enim potest quantum quadrando ocupat, potencia enim linee est suum quadratum, et una dicitur alia potencior cujus quadratum est majus, et latus tetragonicum cujuslibet superficiei vocatur linea que potest in quadratum equale tali superficiei, unde illa linea est latus ipsius quadrati, set dicitur latus tetragonicum illius superficiei cui quadratum illius linee equatur. Et super, dicitur 'duci in alium' uno modo secundum proprietatem numeralem, et hoc est numerum multiplicare seipsum vel alium, 'multiplicans' per adverbium designatur 'multiplicatum' vero per nomen, ut bis duo vel bis tria, et secundum Jordanum et

12 erigi] *corr. interlin. from* exigi *MS.* 14 erigantur] exigantur *MS.* 15, 17 erigantur] exigatur *MS.*

usum mathematicorum modernorum ductus est multiplicans, et quod in aliquem ducitur est multiplicatum, secundum tamen antiquos e contrario est. Set non est vis in vocabulis. Numerum igitur alium universaliter seipsum multiplicare est multiplicatum tociens coacervari quociens in ipso multiplicato est unitas, ut cum dico bis .4., denotatur .4^{nius}. aggregari duabus vicibus, et ter .4^{or}. tribus, et sic de aliis.

Productum vero est quod ex ductu unius quantitatis in aliam nascitur, et hoc universaliter dicitur ex eis contineri non solum in figuris set in numeris; et hoc non est componi, quia composicio quantitatis dicitur ejus constitucio ex quibus componet partibus sive aliquotis sive non aliquotis, ut .6us. ex uno et .5., vel ex .2^{rio}. et .4^{rio}., vel ex duobus ternariis, vel ex tribus binariis. Set produci non dicitur nisi ex illis partibus que se nate sunt multiplicare, ut .2. et .3., nam sunt .6. | bis tria et ter duo similiter. Numerorum *D.* f. 51 a 2.
latera dicuntur numeri quorum multiplicacione numeri producuntur, ut dicit Jordanus, et hoc est verum, et hoc modo ductus et multiplicacionis, et ex illis dicitur numerus contineri et produci, ut .2. et .3. sunt latera .6^{rii}. Radix numeri est numerus qui in se semel vel pluries ductus illum producit, ut bis duo faciunt .4., et bis duo bis faciunt .8., et ideo binarius est radix utriusque. Ductus vero semel factus est ductus superficialis, quia ibi sunt duo latera que faciunt longum et latum in numeris per quandam assimilacionem ad superficiem in continuis. Ductus vero aliter bis vocatur corporalis, quia ibi sunt tria latera tanquam tres dimensiones. Numerus autem linearis estimatur esse qui latera non habet, set tamen omnis numerus habet secundum numerum latera et radicem licet nobis incognitam, et ideo omnis numerus est superficialis per se, nec obstat quod radix non sit nominata. Nam superficies in continuis infinite sunt quarum latera non sunt nominata, ut quadratum quod valet superficiem duorum pedum vel trium pedum vel .5. pedum non habet latus nominatum ab aliquo numero; et tamen contingunt per demonstracionem invenire illum quadratum, set latus ejus a nullo numero nominabitur.

13 duabus *MS.* 14 binariis] 3^{riis}. *MS.* 33 quorum *MS.*

Superficies tamen illa quadrata potest nominari ab aliquo numero pedum, et ideo numerus potest esse superficialis licet radicem nominatam a numero non habeat. Et sic omnis numerus est superficialis. Quod vero dicitur numerus esse superficialis ex ductu unitatis in seipsum numerum qui superficialis dicitur, hoc non est secundum veritatem, quia nulla dimensio latitudinis ibi excrescit propter unitatem numerantem, atque latera secundum veritatem debent esse partes numeri. Set totum non est sua pars, et secundum diffinicionem datam de lateribus latera sunt numeri, set unitas non est numerus quicquid hic
D. f. 51 b 1. fingatur de unitatis potestate, | nam apud Euclidem et Jordanum et omnes dantur numeri et unitatis diverse diffiniciones; et suppono nunc usque ad arsmetricam quod unitas non potest pro numero reputari, quamvis a multis in potencia pro numero accipiatur quod est origo et mater omnium numerorum. Set quod potencia est, non est numerus. Autem linearis estimatur omnis numerus quando ejus unitates in longum disponuntur sic iiiiiii, set hujusmodi diffinicio non competit hic, quia loquimur solum adhuc de disposicione numeri quantum ad latera, que sunt multiplicans et multiplicatum et radix. Disposicio enim illa secundum longitudinem linearem et latitudinem figuracionis consideratur secundum quod numeri considerantur secundum figuraciones geometricas, que consideracio facit aliud genus ductus numeri in numerum quam hic loquimur; nec Euclides de illa loquitur, nec Jordanus usque ad .8^{m}. librum, nec Boecius usque ad numeros geometricos, et ideo usque ad illum modum non invenimus numerum linearem, atque nec tunc invenietur linearis quin idem numerus secundum aliam disposicionem sit superficialis, quia reduci potest ad aliquam superficiem in quam describatur, ut postea patebit.

Numerus vero superficialis secundum ductum, qui est multiplicacio non figuracio, est qui provenit ex ductu alicujus numeri semel facto ⟨et⟩ producitur, ut per bis duo .4., et .9. per ter tria, et .16. per .4ter. .4. Numerus vero superficialis non quadratus dicitur apud mathematicos in altera parte longior[em] et in ⟨alia⟩ antelongior[em]. Altera parte longior

dicitur cujus latera distant sola unitate, ut .6us. cujus latera sunt .2. et .3., numerus antelongior cujus latera aliquo modo distant ut .10., cujus latera sunt duo et .5. Set in figuris quadrilateris quibus assimilantur numeri quadrati et altera parte longiores et antelongiores non sunt nisi quadratum quod habet latera equalia et altera parte longius quia habet latera inequalia | *D.* f. 51 b 2. ut tetragonus longus, nec dicitur ibi antelongus, quare nec in numeris. Preterea omnis antelongior habet latera inequalia et ideo unum majus alio, quare de necessitate erit antelongior. Item, racio illorum nulla est secundum Pitagorica, quod quia .2us. est principium alterietatis et addat solam unitatem super unitatem, quod ideo numerus cujus latera sola unitate distant debeat denominari ab hoc nomine quod est alterum, ut dicatur altera parte longior universalis racio. Set magis nulla est hec, quia tunc magis debet unum latus excedere aliud in .2^{rio}. qui est ipsum principium alterietatis, atque altera parte longior non potest secundum sè nisi in equalitatem laterum designare quantum est de sensu vocabulorum. Preterea secundum hanc racionem altera parte longioris dicitur .2^{rius}. esse altera parte longior, et ponuntur ejus latera unitas et .2us. ipse, quia semel duo est duo. Set hoc est absurdum, quia tunc diceretur .2us. numerus superficialis habens multiplicans et multiplicatum et latera, ex qua multiplicacione producatur; set hoc est inpossibile propter raciones prius dictas, nam idem non est latus sui, nec unitas potest esse latus alterius secundum diffinicionem lateris. Atque nulla latitudo dimensionis excrescit propter ductum unitatis in numerum, nam hoc est solum secundum vocem et modum dicendi, non secundum rem et veritatem. Nec potest dici quod dicitur binarius altera parte longior non quoad ductum secundum multiplicacionem set secundum alium modum dicendi per viam figure, quia hoc est falsum eò quod quomodocumque ponantur in figura habet latera inequalia, scilicet unum et duo, tamen dico semel duo, et ideo fiet triangulus ut patet, non fiet .2us. Atque sic omnis numerus esset linearis quia si unitas ducatur in quantumlibet quilibet consurgit, ergo sic omnis numerus esset altera

parte longior; quod falsum est et quod ipsi negant, nam .2us. est primus secundum eos et .6us. est secundus. Item omnis numerus esset sic superficialis, set hujusmodi duccio faceret latitudinem; set sic nullus ponit numeros superficiales in quantum hujusmodi set penes latera que secundum rem *D.* f. 52 a 1. habent longum | et latum; quapropter nullo modo erit .2us. numerus altera parte longior. Atque tunc omnes numeri alii a .2^{rio}. essent antelongiores, ut semel tria, semel .4., et sic de aliis, nam unitas de quolibet eorum distat per aliquem numerum et non sola unitate. Set nullus nisi insanus diceret omnes istos numeros alios a .2°. esse antelongiores propter ductum unitatis in quemlibet aliorum. Hec igitur, licet sint vulgata, et quamvis aliqui de auctoribus hec scripserunt, tamen excusandi sunt propter raciones tactas a principio. Set in hac parte eorum inperfeccio humana potest corrigi racionibus ad hoc cogentibus, sicut patet ubi de actoribus fuit sermo. Quod si obiciatur quod tunc non omnes eorum consideraciones de antelongioribus et altera parte longioribus stare possunt bene concedo, et ideo aliter negociandum est circa illos, ut *Arsmeticalia* nostra docebit.

Numerus autem solidus seu corporalis secundum hanc racionem ducendi, que est multiplicacio laterum, dicitur qui provenit ex ductu pluries facto, vel qui ex tribus lateribus continetur, ut bis tria quater, vel bis duo bis. Numerus vero cubicus est qui ex equis lateribus tribus continetur, ut bis tria et hujusmodi, set hunc modum ductus pauce sunt denominaciones geometrice in numeris. Nam nec triangulares nec penthagone nec exagone nec piramides nec columpne nec alie infinite reperiuntur, nec in solidis nec in superficialibus, quia omnes hujusmodi considerantur penes proprietatem figuracionis et descripcionis superficialis et corporalis, et ideo oportet poni alium modum ductus; et hoc nullus negat licet nullus nec auctorum nec expositorum tangat differenciam inter hunc ductum et *D.* f. 52 a 2. primum per diffinicionem, nec latera diffin⟨i⟩unt | nova diffinicione, omni⟨no⟩ tamen hoc oportet.

Hoc habito, accedendum est ad .2^{m}. modum ducendi in

numerum, et hoc omnino per majorem similitudinem ad geometricam duccionem quam precedens. Nam sicut lineam duci in lineam est una erigi super aliam, sic hic figuraliter dici potest unus numerus super alium erigi in disposicione superficiali, et non solum numerus set unitas super aliam secundum omnem disposicionem superficiei et corporis. Concedendum est igitur quod idem numerus potest esse linearis, superficialis, et corporalis, set diversa disposicione figurali, nam secundum quod unitates disponuntur in longum sic .iiiiii. dicitur communis numerus linearis, et quia potest in latum et altum disponi dicitur superficialis et corporalis. Recolendum igitur est ex prioribus quod secundum Avicennam et secundum veritatem angulus superficialis est superficies et corporalis est corpus, sicut methaphysica habet edocere sine contradiccione, quia hec habet species predicamentorum probare esse in quibus est dubitacio. Sicut igitur linea potest ad lineam conjungi angulariter ut fiat superficies vel angulus corpus, vel dictus est angulus, sic una unitas potest ad aliam conjungi angulariter et super eam erigi, sic . . ., et tunc erit .2us. qui habet duas unitates qui angulo superficiali comparatur, et sic erit binarius numerus superficialis ⟨qui⟩ dicitur inproprie superficies quia habet vere longum et latum, et unitas est hic latus superficiei. Si vero .3. unitates supponantur in finita triangulari, ut una super duas erigatur ad angulos acutos, vel quod unus sit saltem minor recto sicut oportet in triangulo, tunc est numerus triangularis, sic , et triangularis hic habet .2^rium^. pro latere ex omni parte. Potest autem numerus erigi super alium sic , et hic est trinarius latus, et est adhuc triangularis; et possunt in infinitum formari, sicut arsmetrica docet, ut .10., et .15., et sic ultra. Potest eciam | unitas erigi super aliam ut ordinentur equi- *D.* f. 52 b 1.
distanter per modum quadrati, sic , et tunc est primus quadratus, cujus latus undique est .2us. Et si .5.

20 sic . . .] sic .8. *MS.*

ordinentur in finita pentagonali fieret .5us., qui est primus pentagonos, sic , cujus latus ex omni parte est binarius; et sic de exagonis et eptagonis et aliis, et in infinitum possit multiplicari quadrati et penthagoni et omnes, sicut dictum est de triangulis. Nam .9. et .16. possunt in finita quadrata disponi, et .12. et .22. sunt penthagoni, et .15. et .28. sunt exagoni, et sic de infinitis, et hec omnia docent arsmetrici. Ex quibus patet quod tamen hic non sit multiplicacio set ductus, sicut in lineis geometricis, quod preter diffinicionem ductus priorem et preter diffinicionem laterum precedentem oportet aliter ea diffiniri. Nam ducitur numerus in numerum et unitas in unitatem hoc modo dicendi, et talis ductus numeri in numerum vel unitatis in unitatem super aliam videtur numerum super alium erigi ad angulos rectos. Et per consequens, patet quod hec diffinicio 'Latera numerorum sunt quorum multiplicacione numerus producitur' non est hic proprius nec verus, quia hic non est multiplicacio set figure disposicio et ereccio unitatis vel numeri super unitatem vel numerum, et ideo latera sunt hic sicut in figuris: unde sunt linee composite ex unitatibus vel numeris.

Solidi autem sunt qui preter latitudinem et longitudinem in plano porriguntur in altum. Et tunc si latera concurrunt in unum punctum sunt piramides, sicut posito numero triangulari pro basi hoc modo , si igitur ab hiis tribus punctis angularibus intelligantur erigi linee tres in aere concurrentes in unum punctum, in quo unitas .4^{a}. collocetur, erit numerus piramidalis. Nam secundum hunc
D. f. 52 b 2. situm .4us. est piramis, licet sit superficialis | in diffinicione superficiali et linearis secundum quod in solam longitudinem ejus unitates protenduntur. Si vero latera non concurrunt, tunc possunt quadrati undique erigi super se in altum, ad modum taxilli et cubi, et erit numerus cubicus ut .8.; aut per modum columpne ex numeris simillibus et equalibus sibi invicem in altis superpositis ad modum columpne, ut

22 preter] pariter *MS.* 32 alium *MS.*

triangulus equalibus multis elevatis, vel pentagonis, vel aliis, et est numerus columpnaris ut .9. vel .12., et infiniti. Set nunc exemplariter et grosso modo et omnino universaliter loquar de hiis, quia non requiritur plus in hoc loco, tractatus enim arsmetrice expediet nos de hiis. Et ex hiis patens est quod unus et idem numerus potest esse secundum diversas disposiciones solidus et superficialis et linearis.

Divisio quantitatis est pars aliquota tociens sumenda ut totum possit consumere, ut .2us. est divisio .4^{ni}. qui bis sumptus consumit .4^{m}. et ter sumptus consumit .6^{m}. Quantitatem dividi per aliam est sumi quociens divisor sit in dividente, ut .4^{m}. dividi per .2^{m}. est binarium bis accipi in .4^{rio}.

Denominacio proporcionis quantitatis divise ad dividentem est quod erit in divisione unius per aliam, ut cum .4^{rius}. dividitur per .2^{m}., .2us. erit in divisione et .2us. est denominator proporcionis inter .4^{m}. et .2^{m}., nam dupla proporcio est inter eas.

Proporcionem componi ex proporcionibus est eam produci ex illis, ut quadruplam componi ex duabus duplis est eam produci ex eis, et hoc est quod una ducatur in aliam.

Proporcionem duci in proporcionem est denominatorem duci in denominatorem, ut dupla ducitur in duplam quando .2us. ducitur in .2^{m}., qui sunt denominatores harum proporcionum.

Proporcionem duci ex proporcionibus est denominatorem produci ex denominatoribus, ut quadruplam produci ex duabus duplis est .4^{m}. produci ex .2^{bus}. | binariis, qui sunt *D.* f. 53 a 1.
denominatores.

Proporcionem vero duplicari est aliquid produci vel multiplicari in se per modum quadrati, et hoc est denominatorem illius duci vel multiplicari in se, ut duplam duplicari est eam duci in seipsam, quod cognoscitur per ductum sui denominatoris in se. Et ideo exsurget quadrupla ex dupla duplicata. Proporcionem duarum quantitatum ut *ac*, esse aliquam proporcionem duarum quantitatum duplicatam ut *ab*, et illam proporcionem que est *ac* componi vel produci ex talibus duabus, et hoc est quod proporcio inter *ab* ducatur vel multiplicetur in seipsam per

modum quadrati quatinus proporcio inter *a* et *c* producatur, ut proporcio .8. ad .2. est proporcio .8. ad .4. duplicata, id est, composita vel producta ex proporcione .8. ad .4. ducta in se per modum quadrati; et hoc cognoscitur quando denominator, qui est .2us., ducitur in seipsum per modum quadrati. Unde quadrupla proporcio consurgit ipsius .8. ad .2^{m}.

Proporcionem vero triplicari est eam duci vel multiplicari in se per modum cubi, ut duplam triplicari est eam cubice duci in se, et hoc cognoscitur et exprimitur per ductum sui denominatoris cubicum in se, ut bis duo bis faciunt .8., et ideo dupla triplicata est octupla. Proporcionem vero aliquam duarum quantitatum esse triplicatam aliarum est illam produci et componi ex talibus tribus, sive quod proporcio illa triplicata[m] ducatur seu multiplicetur in se per modum cubi quatinus illa que queritur producatur. Et illam triplicatam datam multiplicari in se cubice est denominatorem duci in se per modum cubi; ut sint .4. quantitates, .8. .4. .2. .1., proporcio primi ad ultimum et primi ad secundum triplicata, et ideo est dupla triplicata, et hoc est octupla. Et similiter proporcionem quadruplari est eam duci in se quater, et sic ultra.

Proporcionem dividi per proporcionem aut dicentem abici ex dividenda est denominatorem dividende dividi per denominatorem dividentis, ut quadruplam dividi per duplam est .4^{m}. dividi per .2^{m}. |

D. f. 53 a 2. Communicacio vero quantitatis manifestior est in numeris, quia numerus non dividitur in infinitum sicut quantitas continua set stat ad unitatem, et ideo oportet numeri communicant in unitate saltem; set ad hoc plenius intelligendum oportet considerari quod numerus primus dicitur qui sola unitate mensuratur ut binarius; est quaternarius et hujusmodi numerus compositus, qui ex numeris componitur. Nam prima composicio numerorum est ex unitatibus, secunda ex numeris, et tamen numeri composicio potest large accipi scilicet pro composicione ex quibuscunque partibus, ut .5us. ex .3°. et .2°.; set proprie accipitur pro composicione ex aliquotis, et sic accipitur hic secundum quod senarius est ex .2^{bus}. ternariis.

Numeri communicantes sive commensurales specialiter sunt sive alter alterum, sive ambos unus; et idem numerus mensuret alter alterum, ut .2us. .4^{m}., ambos aliquis tercius ut .2us. .4^{m}. et .6^{m}.

Numeri adinvicem composita sunt qui habent numerum aliquem pro tantum mensura sive pro tantum numerante, et sumitur mensura sive id numeret se sive aliud, secundum quod prius patuit in diffinicione numerantis. Nam quilibet numerus per unitatem multiplicatus numerat seipsum ut semel duo sunt duo unde adinvicem compositi sunt, sive unus alium componet, sive habeat numerum tercium eos componentem, sicut de communicantibus dictum est. Et ideo .2us. et .4us. sunt adinvicem compositi, unde expositores famosi eadem diffinicione diffin⟨i⟩unt communicantes et adinvicem compositos, atque ista intencione utitur Euclides in prima et secunda proposicione .7^{mi}. libri, volens adinvicem compositos esse quando in mutua subtraccione non sit status ad unitatem, quia si est status ad unitatem non sunt adinvicem compositi, set adinvicem primi, ut .3us. et .5., de quibus statim dicetur. Et patet quod cum omnes numeri sint adinvicem compositi vel adinvicem primi, quia hec est divisio per inmediata, et pars et totum non possunt dici adinvicem primi, ut statim verificabitur; oportet quod sint | adinvicem compositi in incommensurabiles sive in communi- *D.* f. 53 b 1.
cantes sive qui non habent numerum mensurantem nec unus alium numerat nec mensurat. Numeri contra se primi, vel adinvicem primi, vel ad se primi, dicuntur qui nullo alio numero ab utroque numerantur, nec unus est pars alterius, ut .2us. et .3us.; et ideo .2us. et .4us. non sunt contra se primi, unus enim est pars alterius. Et quod Euclides et alii velint partem et totum non esse contra se primos, manifestum est ex intencione conclusionum, nam numeri contra se primi cognoscuntur per hoc quod in subtraccione debita remanet unitas in fine, ut patet ex .2^{a}. .7^{mi}., quod non est hic. Item in .20^{a}. dicit quod aggregatus numerus ex duobus contra se primis est primus ad utrumque, et ideo cum ex .2. et .4. aggregatur .6., tunc .6. est primus ad .4., quod falsum est, nam communicant et sunt adinvicem compositi; et hoc

idem patet ex intencione .27me. et .26^{e}. et ex .25. et .24. et .23^{a}. Nec probo per conclusiones principia, set capio planiorem intencionem principii per intellectum conclusionum. In illis enim conclusionibus utitur Euclides multis contra se primis, quorum neuter est pars alterius, nec habent numerum alium eos numerantem, et ideo sic debent distribui et diffiniri. Et ideo dicit Euclides quod numeri contra se primi sunt qui nullo modo communiter mensurantur; set omnis numerus semel sumptus numerat seipsum et .2us. numerat .4^{m}., ergo numero alico communiter numeratur. Numerare enim non est esse partem, set accipi secundum unitatem vel aliquem numerum seu multiplicatum ut numerus producatur. Set .2us. multiplicatus per unitatem producit seipsum et per .2^{m}. multiplicatus producit .4^{m}., ergo .2us. est communiter numerans .2^{m}. et .4^{m}. secundum quod 'numerare' accipitur ab omnibus mathematicis; et ideo large sumendo adinvicem compositos sunt adinvicem compositi, quia unus est de composicione alterius et componit ipsum, licet numerum alium communiter componentem non habeant.

Quoniam autem quantitates continue divisibiles sunt in
D. f. 53 b 2. infinitum, ut | non inveniatur ex eorum racione aliquod indivisibile quo possent plures quantitates communicare, ideo quantitas continua secundum se considerata non subic⟨i⟩etur communicacioni et ejus opposito. Quoniam tamen necesse est nobis invenire quantitates continuas communicantes et commensurabiles et earum oppositas propter mensurarum certitudinem in rebus et propter multa, ideo oportet nos quantitates continuas assimilare numeris; et quod non determinatur eis ex natura dabimus eis ex voluntate et institucione et posicione nostra. Nec repugnamus in hoc nature quia natura non contradicit huic posicioni, sicut nec determinat set permittit eam fieri a nobis cum necesse est, et ideo licet in continuis quantitatibus non sit aliquid indivisibile simpliciter, tamen potest esse indivisibile secundum sensum et eciam secundum posicionem meam, licet sit sensibilem; et omnes latini

26 novis *MS.*

philosophantes in continuis, qui sunt linea superficies et corpus et locus, posuerunt granum ordei esse primum indivisibile secundum posicionem mensurandi, et digitum constare ex .4. granis ordei continuatis, et deinde sunt pes et cubitus et multa, ut in sequentibus innotescet. Possunt tamen alia genera mensurarum poni secundum arbitrium voluntatis apud philosophos diversos et naciones diversas. Set in omnibus mensuris unius posicionis intelligendum est quod semper minor est pars vel partes majoris, sicut in numeris; aliter enim non teneremus consideraciones philosophorum et mensuratorum in hiis. Et sciendum quod omnes dicte mensure in unitate ducte pertinent ad longitudinem, et in se vero semel ducte attinent superficiei. In se vero bis ducte ad soliditatem pertinere noscuntur, verbi gratia .4. semel grana ordei digitum linearem constituunt, quater .4. superficialem, quater .4. quater corporalem; similiter de reliquis mensuris.

Quantitates autem continue communicantes dicuntur seu commensurabiles in longitudine, seu habeant communiter aliquam mensurarum positarum, sive una alteram mensuret, sicut dictum est in numeris. Set diligenter considerandum ⟨est⟩ quod ad communicanciam veram et completam numerorum, de qua mathematica loquitur, non sufficit illa communis communicancia que est in unitate, nam sic omnes numeri communicant | et sic omnis linea aliquot pedum *D.* f. 54 a 1. communicaret cum alia. Set non est sic in numeris, immo vero communicacio est in aliquo numero ut dictum est, et ideo in continuis communicacio est in alico numero radicis mensurandi indivisibilis posite per simile ad unitatem in numeris, cujus sunt granum ordei et digitus et palmus et omnia talia que possunt in infinitum replicari sicut unitates; et ideo linea duorum pedum et linea trium non communicant nisi sicut numeri in unitate, set linea .6. pedum et linea trium [non] communicant veraciter, sicut .6. et .4., quia sicut .6. et .4. communicant in binario sic linea .6. pedum et linea .4. communicant in quantitate duorum pedum, et sic in aliud est universaliter, ut inferius magis explicabitur. Incommensurabiles sive incommunicantes sunt que nullam

de illis mensuris participant communiter, nec una aliam mensuret. Philosophi vero in continuis quantitatibus contenti sunt hiis duabus proprietatibus, nec curant eis assignare ceteras, scilicet primum et compositum et ad-invicem esse primum cum tamen possibile esset, sicut in numeris secundum modum loquendi in eis consuetum apud philosophos; et inde passiones communicare et non communicare conveniunt omni speciei quantitatis continue habenti aliquam divisionem, non solum lineis et superficiebus set corporibus et temporibus et locis. Set evo non convenit si non habet partem et partem extra se, et licet quantitates continue sint incommensurabiles, ut dictum est, tamen possunt communicare in suis principiis ut linee incommunicantes possunt communicare in eodem puncto, et superficies incommensurabiles possunt communicare in eadem linea, et sic de aliis. Set linea dicitur communicare linee in longitudine quando mensuram positam habent communem vel una aliam mensuret, communicant vero in potencia quando earum quadrati communicant in eodem modo. Volunt actores quod numerus communicet cum alio in longitudine vel potencia, set dupliciter quantitates possunt communicare, scilicet vel ⟨in⟩ longitudine et potencia, vel in potencia tantum; si enim communicant in longitudine communicant in potencia, et non e contrario.

Racionales numeri dicuntur communiter omnes sicut communicantes in unitate, quia nota est eorum composicio ex partibus, et possumus racionem certam de eis mensurandis dare | *D.* f. 54 a 2. et de aliis rebus per eos propter quod racionales dicuntur. Set stricciu dicendo racionale non omnes numeri sunt racionales, immo solum illi sunt racionales in longitudine quorum radices note sunt, et possunt aliquo numero designari.

Surdi vero sive irracionales in longitudine sunt quorum radices nomen non habent, ut .3us., .5us., et hujusmodi. Nam licet radices habeant secundum naturam que in se ducte producant quemlibet eorum, tamen non possunt a nobis cognosci nec nominari nec aliquo numero designari, et ideo hujusmodi numeri vocantur surdi et irracionales,

secundum quod surditas et irracionalitas sunt in numeris. Numerus racionalis in potencia, et cujus quadratum est racionale, ut .3us., et non est racionale in longitudine nec binarius nec multi alii, quia radices eorum non possunt numero designari.

Linea racionalis est in longitudine que secundum positas mensuras habet aliquam earum pro parte aliquota, ut pedalis, cubitalis, et hujusmodi; linea vero irracionalis in longitudine set racionalis in potencia est cujus superficies quadrata habet aliquam communem mensuram positam, ut latus tetragonicum superficiei habentis .24. pedes est racionale in potencia quia ejus quadratum est racionale habens mensuram et denominacionem a numero pedum, set latus illud quod in se ductum facit illam superficiem non denominatur ab aliquo numero ⟨pe⟩dum; quia non a binario, tunc enim suum quadratum esset .4. pedum; nec a .3^{rio}. quia tunc suum quadratum esset .9. pedum, nec a .4^{rio}. quia tunc esset .16. pedum, nec a quinario quia tunc esset .25. pedum, et sic nunquam pervenietur ad .24. pedes.

Dicuntur autem linee communicantes et racionales tantum in potencia quarum superficies quadrate communicant et sunt racionales, et iste linee possunt esse ita quod utraque sit irracionalis, ut latera tetragonica superficierum .24. pedum et .23., quia neutrum istorum a numero nec mensura tali denominatur. Potest eciam una esse racionalis et | alia irracionalis, ut latera superficierum .25. pedum et .24. *D.* f. 54 b 1. pedum non communicant nec in potencia nec sunt adinvicem racionalia in longitudine, licet unum sit racionale in longitudine ut latus superficiei .25. pedum, quia a numero et a mensura posita denominatur, ut linea .5. pedum.

Set hic considerandum ⟨est⟩ quod aliter sumitur racionale in numeris et aliter in continuis. Quinarius enim surdus est quia radix non potest nominari, et tamen linea .5. pedum racionalis dicitur, ex quo sequitur quod surditas in numeris modica est et velud secundum quid respectu surditatis in continuis. Ad quantitatem enim continuam racionalem sufficit quod ab aliqua mensura posita et a numero denominetur, nec curamus de radice nominanda

sicut in numeris; nec omnino videretur esse racionalitas; distinguimus surdos a racionalibus per hoc quod radix nominatur vel non nominatur. Et tamen hec eadem surditas est in continuis divisis secundum mensuras ad modum numerorum, et ideo est surditas in continuis. Et cum secundum diversas posiciones diverse mensure poni possint, non est negandum quin linea que racionalis est secundum mensuras unius posicionis possit dici irracionalis secundum mensuras alterius posicionis. Quoniam proposita una linea aliquod pedum et altera que nec pedem nec aliquotam pedis nec aliquam mensurarum hujus generis habeat, contingit tamen istius secunde sumere medietatem et ceteras fracciones sicut et prime, et ideo partes habebit aliquotas, et non solum eas sui generis absolute set poterit secunda dividi in tales fracciones sicut et prima, scilicet quod si prima dividatur in medietates et secunda, similiter si in tercias et in quartas et quotcunque possibile est fracciones, ut .12ª. sexti *Elementorum* Euclidis docet, licet tamen fracciones prime linee erunt pedes vel hujusmodi
D. f. 54 b 2. sui generis mensure, set | fracciones secunde linee non erunt pedes nec hujusmodi, set alterius generis.

Superficies racionalis est que ab aliqua mensura a numero denominata mensuratur, ut bipedalis et tripedalis et hujusmodi, et irracionalis que talem non habent mensuram. Inter tamen precipua est quadrata, quia major certitudo mensurandi est in ea quam in aliis et eam diffinit Euclides. Set cum linea racionalis dicitur que habet aliquam mensuram a numero denominatam, poterit similiter et omnis superficies esse racionalis que mensuram habet a numero denominatam, et hoc non solum erit quadrata set altera parte longior, sicut inferius monstrabitur. Nam omnis superficies rectangularis que ex lineis racionalibus continetur est racionalis, ut dicit Euclides in .x., et eciam habet mensuram a numero denominatam quia ducta longitudine in latitudinem habebit area⟨m⟩ superficiei talis in certo modo mensurarum ut pedum et cubitorum vel hujusmodi.

Et licet vulgus geometrorum hiis passionibus que sunt

1 sicut] *corr. interlin. from* set *MS.* 32 rectangulam *MS.*

racionale et irracionale non utuntur in corporibus, tamen possunt corpora dici irracionalia et racionalia que habent aliquam mensuram denominatam a numero; et quia possumus per illa raciocinari et racionabiliter certificari, et possumus de partibus eorum certificari racionabiliter, sicut in lineis et superficiebus; et similiter de loco, quia accidit raciocinacio in mensurando certa loca.

De tempore vero non convenit dicere quod habeat partes aliquotas, que sunt granum ordei digitus et hujusmodi, licet secundum illas partes loci et magnitudinis contingat sumere partes corporis, quia tempus habet prius et posterius in suis partibus et suo fluxu secundum prius et posterius in magnitudine, set sumuntur ejus partes secundum se et hoc diversimode. Compotiste enim assignant hujusmodi, scilicet, athomum, unciam, momentum, punctum, horam, quadrantem, diem, et hujusmodi; astronomi ponunt decima, nona, octava, septima, sexta, quinta, quarta, tercia, secunda, minuta, horas, dies, et hujusmodi. De partibus omnibus postea dicetur. |

⟨*Capitulum secundum . . . de peticionibus concepcionibusque communibus.*⟩ D. f. 55 a 1.

POSTQUAM assignate sunt diffiniciones communes circa quantitatem, nunc alia principia communia cognoscenda sunt. Diffiniciones autem semper habent preponi ut cognoscatur quid dicatur per nomen, aliter enim non possumus uti vocabulis, de inde autem nata est nobis via a facilibus, et concepciones faciliores sunt et cuilibet patent. Ideo premittende sunt peticionibus, quoniam hec solum ceduntur et non intelliguntur in principio, ut prius habitum est. Propter hoc et preponuntur diffiniciones, quia magis note sunt omnibus principiis, quapropter concepciones quia notiores sunt peticionibus eis debent premitti. Set Euclides non ponit sufficienter concepciones, nec aliquis mathematicorum, oportet enim multociens uti multis aliis concepcionibus quam ipsi in principio preponant, et cum sunt infinite non oportet tam paucas adduci sicut ipsi faciunt, set multo plures. Quatinus autem videamus possibilem

earum multiplicacionem in infinitum, adducam illas hic quibus magis utimur in quantitatibus; nec potest ordo Euclidis salvari, quia in medio suorum principiorum plura occurrunt. Sunt igitur hujusmodi:

'Quecunque uni et eidem sunt equalia sibi invicem equantur'; et quorumque equalium, si unum equatur alicui, reliquum erit equale eidem.

Est enim quasi conversa prioris, set non omnino, ideoque posui eam, quoniam hec concepcio 'Omnia equalia equantur eidem' est prime conversa precise.

'Quibus unum et idem est equale illa sunt equalia'; quorumcumque equalium si uni illorum equatur aliquid reliquo equabitur illud idem.

Et hec est quasi conversa inmediate: Quibus quantitates comparantur ad unam et eandem, et eque sunt equales ei, vel eque majores vel eque minores, ille sunt equales adinvicem. Omnes quantitates equales si comparantur ad idem erunt equales ei, vel eque majores ⟨vel eque minores⟩, ille sunt equales adinvicem.

D. f. 55 a 2. Quibus una quantitas | est equalis, vel eque major vel eque minor, ipsa sunt equalia.

Omnes quantitates equales quibus una comparatur erunt equales ei, vel eque majores vel eque minores, et hec est quasi conversa inmediate.

Et hic considerandum ⟨est⟩ quod cum jam posui .9. concepciones omisi principales conversas preter prime conversam quia alie patent juxta eam, set cum ceteris posui eas quas vocavi quasi conversas quia minus patent quam converse principales et propter difficultatem illorum principiorum; et quia utuntur demonstraciones eis sub propria forma, ideo eas posui quamvis converse in parte vel toto possent intelligi per principales, et per harum expressionem distinctam possumus intelligere alia principia cognate significacionis posse sic multiplicari, licet non exprimantur in sequentibus, propter quas raciones non fuit ociosa earum multiplicacio.

14 inmediate] inmedietate *MS. corr. interlin.* 25–6 concepciones] diffiniciones *MS. corr. in marg.*

Ceterum secundo modo multiplicantur hujusmodi principia, sic:

Quecunque habent medietatem equalem sunt equalia et e contrario; quecunque habent terciam equalem et sic de quarta et ceteris fraccionibus erunt equalia. Et universaliter: quecunque sunt equemultiplicia vel equesuperparticularia vel secundum a⟨liquo⟩d genus majoris inequalitatis respectu ejusdem, illa sunt equalia. Item, quecunque sunt medietates ejusdem sunt equalia; quecunque sunt tercie ejusdem (et sic de aliis fraccionibus) sunt equalia. Vel quecunque sunt equesubmultiplicia vel equesubparticularia vel secundum aliquod genus inequalitatis minoris respectu ejusdem, illa sunt equalia.

Tercio modo multiplicantur sic:

Quecunque equalibus divisim sunt equalia sunt sibi invicem equalia, et e contrario in parte et in toto, ut prius habitum est. Hoc est, sive loquamur de communi conversa seu de precise conversa, et omnes quantitates que aliquibus quantitatibus equalibus sunt eque equales, vel eque majores, vel eque minores, sunt equales, et e contrario; et universaliter: quecunque sunt secundum aliquam speciem majoris inequalitatis respectu equalium sunt equalia; quecunque sunt medietates equalium sunt equalia; quecunque sunt tercie equalium vel secundum aliud genus fraccionis erunt equalia; et universaliter: | quecunque *D.* f. 55 b 1. sunt secundum speciem aliquam minoris inequalitatis respectu equalium sunt equalia. Et hec similiter multiplicavi propter raciones superiores, quamvis per predictas possent formari, et intelligi ab excercitato in hiis principiis.

Item, quando aliqua quotlibet adinvicem equalia simul sumpta equantur aliis quotlibet adinvicem equalibus simul sumptis, tunc quo⟨d⟩libet eorum omnium equatur cuilibet.

Quarto multiplicantur per addicionem et subtraccionem, sic:

Si addas eidem equalia tota fient equalia; et si eidem addas invicem equalia tota fient equalia; et si equalibus idem addas tota fient equalia; et si ab equalibus idem

auferas que remanent erunt equalia; et si ab equalibus equalia auferantur, residua erunt equalia.

Et sequitur adhuc de inequalibus: si igitur eidem inequalia addas tota fient inequalia, cum majore majus cum minore minus, ut si binario addatur ternarius et iterum .4us., patet quod dicitur. Si ab inequalibus idem demas, que relicuntur erunt inequalia, ut residuum majoris sit majus et residuum minoris minus. Ut si a .7. et a .5. dematur .2us., patet quod dicitur. Si inequalibus equalia addas ipsa fient inequalia, cum majore majus cum minore minus. Si ab equalibus inequalia demas, que relinquuntur erunt inequalia, residuum majoris minus residuum minoris majus. Quorum medietas vel cetere fracciones sunt inequales, ipsa sunt inequalia, et e contrario, et annexa hec formantur juxta supradicta.

Quinto formantur sic:

Quicquid est majus majore est majus minore; quicquid est minus minore minus majore. Quociens duo sunt equalia, quicquid est majus uno et reliquo, et quicquid est minus uno et reliquo. Quicquid est equale majori, majus est equali minori. Omne totum est majus sua parte, et pars est minor toto. Omnis pars minor habet majorem denominacionem; ut .3^{cia}. denominatur a ternario et secunda a binario, set tercia est minor. Et omnis pars major habet minorem denominacionem, ut patet.

Sexto multiplicantur sic:

D. f. 55 b 2. Quociens in aliqua | quantitate una pars et alia est, hec denominata a majori numero, illa autem a minori, que est proporcio majoris numeri ad minorem, eadem est majoris partis ad minorem; ut in .6^{rio}. est tercia sicut .2us., et in eodem est secunda seu medietas sicut .3us. Patet igitur quod eadem est proporcio secunde ad .3^{am}. sicut .3. ad .2^{m}., nam secunda est .3us. et tercia est .2us. et ⟨hoc⟩ est ubique, unde non est obscuritas nisi in illis, et ideo concepcio est. Et si totum sit duplum ad totum, et pars dupli sit dupla ad partem subdupli, erit reliquum dupli duplum ad reliquum subdupli; cum .8us. est duplus ad .4^{m}. et .2us. pars .8^{rii}. est duplus ad unitatem que

est pars quaternarii, tunc .6^{rius}. que est reliqua pars .8^{rii}. est duplus ad reliquum .4^{rii}. scilicet ad .3. Et si aliquid est subduplum alicui, et una pars subdupli subdupla est ad partem aliquam dupli, pars residua subdupli ⟨subdupla⟩ est parti subduple que jam sumpta est; ut .3us. est subduplus ad .6^{rium}. et .2us. est subduplus ad .4^{m}., ergo unitas est subdupla .2^{rii}. Nota hoc principium, quia tibi valebit in divisione anguliper tres partes equales, quod est vulgo geometrarum per demonstracionem incognitum hiis diebus.

Et hos modos et consimiles possunt multiplicari concepciones in infinitum, set non oportet ut in infinitum, et ideò hec sufficiant ad presens, quia nullus posuit medietatem istorum, et quia paucis pluribus utimur in necessariis demonstracionibus, et, si indigeamus eis, possunt de facili formari juxta predicta secundum quod exigetur in locis singulis. Ista tamen reputavi debere premitti tanquam necessaria, quia omnibus istis utimur in demonstracionibus quibus necessario indigemus non solum in mathematica set et in aliis scienciis et rebus sciendis per vias mathematice.

Et quoniam jam posui diffiniciones et concepciones communes speciebus quantitatis, sciendum quod pauce sunt peticiones communes, quia peticiones sunt difficiles ad intelligendum, et ideo, ut in pluribus sunt proprie juxta singulas species | quantitatum, ne tamen videantur inutile *D.* f. 56 a 1. posse sumi omnes, ideo possunt aliqua peti. Cuilibet vel quibuslibet quantitatibus posse sumi equales. Cuilibet vel quibuslibet quantitatibus posse sumi majores. Cuilibet vel quibuslibet quantitatibus posse sumi multiplices quot volumus; et sic secundum alias species majoris inequalitatis. Cuilibet vel quibuslibet quantitatibus posse sumi equemultiplices quot volumus; et sic secundum omnes species inequalitatis majoris. Cuilibet vel quibuslibet quantitatibus posse sumi proporcionalem quamcunque speciem velimus inequalitatis majoris. Cuilibet proporcioni et quibuslibet proporcionibus posse sumi equalem. Cuilibet vel quibuslibet proporcionibus posse sumi majorem. Omnis linea communicans racionali est racionalis. Omnis linea non communicans cum racionali est irracionalis. Omnis

superficies communicans cum racionali est racionalis. Et omnis ei incommunicans est irracionalis.

Set cum dico lineam esse irracionalem que non communicat cum racionali, et superficiem esse irracionalem que cum racionali non communicat, intelligendum est lineam hujusmodi et superficiem esse irracionalem quantum ad mensuras positas secundum quas linea et superficies racionales considerantur, quia ille quantitates que secundum unum genus mensure sunt irracionales, secundum aliud genus mensure possunt esse racionales. Et hec sufficiunt pro exemplis, et quia hiis peticionibus magis indigent demonstraciones, non multiplicantur vero hujusmodi peticiones communes per minus et per species inequalitatis minoris, quia numerus non dividitur in infinitum.

⟨*Capitulum tercium de conclusionibus communibus inutilibus.*⟩

POSITIS principiis communibus mathematice, debent conclusiones communes sequi ante principia et conclusiones proprias, set tamen hic diligenter considerandum est quod non omnes conclusiones mathematice, nec proprie nec communes, debent introduci, set solum ille que sunt utiles scienciis et rebus mundi, quoniam in mathematicis secundum se non est bonum, ut Aristotiles dicit 3 *Methaphysice*, *D.* f. 56 a 2. set prout applicatur | ad res et sciencias; et ibi habent utilitatem mathematice habent utilitatem preclaram quoniam prius ostensum est quod nichil potest sciri sufficienter sine mathematice potestate, set non omnes conclusiones mathematice habent utilitatem hanc, quia vadunt in infinitum, propter hoc quod quantitas continua decrescetur in infinitum et discreta augmentatur sine fine. Set inpossibile est utilitatem esse ubi est infinitas, quapropter non omnia que in mathematicis reperiuntur sunt colligenda. Auctores eciam, propter facile istarum conclusionum multiplicandam eo quod in infinitum vadant, plura hic ediderunt quam in aliis scienciis, et ex humane singularitatis curiositate ad

9, 10 genus] conveniens *MS. corr. interlin.*

multa declinaverunt que non sunt necesse, et maxime Christianis. Nichil enim est necessarium Christiano nisi propter anime salutem, et ideo pauciora de partibus philosophie eis concedenda sunt quam philosophis infidelibus, qui a veritate multipliciter erraverunt. Magna eciam racio est quare multiplicantur mathematicalia superflue, quoniam difficile est percipere que de illis sunt necessaria rebus et scienciis. Hoc enim sciri non potest nisi ab eis qui experti sunt in applicacione mathematice ad alias sciencias et res hujus mundi, et tales pauci sunt. Et ideo multitudo mathematicorum evanescit in superflua multiplicacione conclusionum. Set tamen qui debent tradere conclusiones has debent scire ad quid sunt utiles, et nullas pertractare nisi quarum volverit utilitatem, nam aliter inutiles sicut utiles congregabit. Quod si aliquas utiles dimittat quarum utilitatem ignorat, melius est tamen proponere pauca certa quam vagari per multa quorum vel non est utilitas vel ignota. Et propter hoc ponam eas quarum utilitatem expertum sum, non solum in humanis set divinis, et non solum in scienciis set in rebus, quamvis tamen certe satis juxta intencionem meam multiplico conclusiones has, tamen respectu multiplicacionis que est in libris, parve erunt quantitatis. | Et certe non magnum est in paucis effluere *D.* f. 56 b 1.
set plurima compendio moderari, propter hoc dicit Oracius

> cum quid precipies esto brevis ut cito dic[er]ta
> percipiant animi dociles teneantque fideles.
> Omne supervacuum de pleno pectore manat.

Set si superflua congeries conclusionum spernenda est, multum magis demonstracionum, ut probabo. Et quia longe major pars conclusionum vitanda est et paucitas requirenda, tunc manifestum est quod omnes demonstraciones illius multiplicitatis vitande sunt et superfluunt, quia non querimus demonstraciones nisi propter conclusiones. Quoniam autem libri et doctores mathematice insistunt multiplicacioni conclusionum et demonstracionum, ideo nullus potest pervenire ad noticiam illius sciencie secundum

5 veritate] virtute *MS.*

modum vulgatum nisi quasi ponat .30. vel .40. annos, ut planum est in eis qui floruerunt in hiis scienciis, sicut dominus Robertus felicis memorie nuper episcopus Lincolniensis ecclesie, et frater Adam de Marisco, et magister Johannes Bandoun, et hujusmodi. Et ideo pauci student in hac sciencia, et sine hac sciri non possent alie, ut superius demonstravi. Quapropter studentes latini habent maxima inpedimenta sapiencie propter multiplicacionem conclusionum et demonstracionum mathematice, et precipue quia huic multitudini est annexa crudelis et horenda difficultas in modo demonstrandi, ita quod studentes spernunt hanc scienciam, non solum quia eis ingeritur multiplicacio conclusionum et demonstracionum inpertransibilis, set quia difficultas adicitur infinita.

⟨*Capitulum quartum de demonstracionibus necessariis.*⟩

SUPERFLUUNT igitur omnes demonstraciones conclusionum superfluarum, et hoc est ipsum multitudo demonstracionum que docetur, quia paucitas conclusionum utilium
D. f. 56 b 2. inveniatur. Et nisi essent | hec superfluitas et difficultas dampnabiles introducte in studio mathematice, quilibet posset infra annum scire quantum modo aliquis noverit infra .20. annos, et quantum eis sufficeret in eternum; et hoc planum est per experienciam omni homini qui hunc tractatum mathematice consideravit diligenter. Ceterum de hiis utilibus conclusionibus paucissime sunt demonstrande, nam demonstraciones non sunt utiles nisi propter causas .x. certas, ut quilibet potest considerare.

Una est causa propter proposiciones famosas, quarum demonstracionem ignorare vile est, quia sunt in ore cujuslibet; ut 'quod triangulus habet .3. angulos equales duobus rectis', et 'quod diameter quadrati sit coste assimeter', id est, incommensurabilis.

Alia causa est quando sunt practitudinis immense et quasi miraculum habentes, ut est .34. primi *Elementorum* Euclidis, et .15ª. tercii, et .30ª. ejusdem, et .28ª. Jordani *de Triangulis*, et hujusmodi, sicut explicabitur suo loco.

10 hii *MS.*

Tercia causa est quando sunt utilitatis copiose et excellentis, sicut .4^{a}. .5^{i}. *Elementorum* et .19ma. .7^{mi}., et hujusmodi.

.4^{a}. causa est quando alique conclusiones estimantur esse principia et non sunt; ut .3. ultime peticiones primi *Elementorum* Euclidis, et due diffiniciones .5^{ti}., scilicet .19^{a}. et .xi^{a}., que sunt de quantitatibus tribus vel .4. proporcionalibus, quarum prime ad ultimam est proporcio duplicata vel triplicata. Magnus enim error est apud omnes mathematicos istius temporis et fere apud omnes auctores, in usu illorum pro principiis cum sint demonstrabilia, sicut patebit inferius cum adhuc demonstraciones afferam efficaces.

Quinta causa est pro demonstracione illorum que male demonstrantur, et hoc fit multis modis. Unus est quando demonstrantur predicta que estimantur esse principia cum non sunt; debet igitur aliter demonstrari, aut saltem quod prius demonstratur | quam accipiantur ad aliorum demon- *D.* f. 57 a 1.
stracionem, unde .29^{a}. primi *Elementorum* erronee demonstratur per terciam peticionem, nam et illa peticio nondum demonstrata est apud eos qui utuntur ea in demonstracione .29^{e}. Et preterea illa .29^{a}. habet demonstracionem suam que non dependet ex illa .3. peticione, sicut docent Ptholomeus et Anaricius; et certe demonstrabo eam sine peticione illa, et postea inferam demonstracionem ad illam peticionem, et ponam eam pro conclusione .30^{a}. secundum ordinem naturalem conclusionum; unde auferam eam a loco peticionum, et eam in conclusionum numero collocabis. Similiter male demonstratur .5^{a}. primi *Elementorum* eo quod pars secunda ejus demonstratur ante primam, ergo debet preponi in conclusione sicut in demonstracione. Set bonitas in modo demonstrandi perfecta servetur, et ideo demonstranda est pars prima et per illam secunda, ut sit ordo demonstracionum sicut et parcium conclusionis. Similiter sunt alie que male demonstrantur, ut explicabitur suis locis.

Sexta vero causa est quod multa sunt demonstrabilia, quorum demonstraciones non sunt apud multitudinem

mathematicorum, nec apud doctores multitudinis nec in scriptis vulgatis magistralibus nec autenticis reperiuntur; que tamen sunt valde digna demonstracione, ut est divisio linee et anguli per quotcunque partes volumus equales. Euclides enim et omnes docent quod divisio linee et anguli fiat in partes duas, set non in partes quotcunque volumus. Hoc tamen necessarium est et perutile valde. Similiter quadratura circuli scibilis est secundum Aristotilem, sed quando composuit *Predicamenta* nescivit hoc, ut fatetur in eis. Credendum tamen quod ipse postea sciverit illud, quia hiis temporibus scitur, sicut suo loco inferius elucescet. |
D. f. 57 a 2. Aliqua eciam alia sunt hujusmodi que necessaria sunt, quorum demonstracio non habetur, ut inferius exponetur.

Septima causa est contumax et obstinata discolorum negacio proposicionis quequidem sunt ita contenciosi quod acquiescere auctoritati nocet nec aliis generibus cognoscendi utilibus. Et in tali casu maxime in aliquibus et aliquando expedit habere demonstracionem.

Octava causa necessaria, licet raro, ad declarandum in aliquibus exemplis evidentibus quod tantus est error crudelitatis in demonstracionibus quod quilibet sane mentis gaudeat se tanta pericula doctrine evasisse.

Nona eciam causa est, scilicet quod aliquando non sufficit aliud genus exposicionis, set hoc in paucis accidit.

.x^{a}. vero est quando multum est facilis demonstracio et brevis. Tunc enim non est tedium demonstracionis, et omnibus modis certificatur proposicio et completur desiderium audientis. Et per hec decem ipse modus demonstrandi sufficit. Habetur qui necessarius est ut sciatur primo in hiis ubi prius reperitur, quatinus in illis excercitati contingat recte demonstracione in scienciis et rebus quibus mathematica debeat applicari, set hujus cause solucio habetur sufficienter ex demonstracionibus secundum dictas causas variatas. Qui enim sciverit demonstrare omnia in quibus incidunt dicte cause decem, sufficienter ad modum demonstrandi poterit pervenire.

7 perutile] plu^{m} *MS.* 21 quilibet] quibus *MS.* 22 particula *MS.* 35 decem] .ix. *MS. corr. interlin.*

⟨*Capitulum quintum de demonstracione per experienciam.*⟩

Set debet alia causa assignari quoniam nulla posset induci propter noticiam conclusionum singularum utilium que in tractatu matematice habent sciri. Et probabile videtur quod ad omnes conclusiones tales demonstraciones addantur, quia demonstracio est sillogismus faciens scire, ut dicit Aristotiles primo *Posteriorum*, et jam | vulgus D. f. 57 b 1. mathematicorum non reputat se scire aliquam conclusionem nisi afferatur demonstracio, propter quod studiosi in mathematica et qui floruerunt in ea ocupantur magno tempore circa hanc scienciam et circiter .30. vel .40. annos. Set hoc primo est stultissimum, quia fortitudinem etatis consumunt in illa sciencia, que non est nisi quedam via in alias et in cognicionem mundi, et ideo paucissimi illorum qui sic studuerunt devenerunt ad aliquam utilitatem in scienciis aliis nec in rebus mundi cognoscendis. Secundo non est possibile habere certitudinem sciendi in omnibus per demonstraciones, secundum testimonium Aristotilis secundo *Methaphysice*, ubi vult quod hec sit una causa nostrorum errorum. Et quod hoc sit, precipue in mathematicis, probo sic: in multis enim non solum conclusionum superfluarum set utilium est tanta crudelitas demonstracionum quod mens cujuslibet hominis abhorret, nec quiescit mens in modo demonstrandi nec in conclusione ut demonstrator, et hoc propter superfluam difficultatem. Set omne quod fit notum fit notum per nocius et per illud in quo animus quiescit, ergo per hujusmodi demonstracionis horrorem nunquam fit placida et suavis cognicio de conclusione. Et hoc evidens est, quoniam nos quantumcunque scimus demonstraciones mathematice fere omnes tradimus oblivioni statim nec potest aliquis ea retinere memoriter, set tamen scimus intellectum proposicionum quantumcunque nobis excercitatis in mathematica proponuntur ac si nunquam habuissemus demonstracionem ad eas, quia penitus jam tradimus illas demonstraciones oblivioni; ergo ipse demonstraciones non dant nobis noticiam que remanet in mentibus nostris, set solum dum actu utimur demonstracione. Item,

certum est per experienciam cujuslibet mathematici quod
D. f. 57 b 2. aliter possumus | habere planam noticiam conclusionum et sine comparacione meliorem fere in omnibus quam per demonstracionem, scilicet per noticiam terminorum et significacionem ipsius conclusionis et exempla in terminis et in numeris et aliis; et ibi quiescit animus, et illa noticia remanet. Quapropter demonstracio superfluit nisi propter causas .10. dictas. Quod autem ita fit, patet exemplis multis de quibus postea dicendum, set nunc unum proponam quod est pre manibus, scilicet de primis conclusionibus communibus, et est octava proposicio communis. Possem quidem in aliis que procedunt hoc idem ostendere, set illa placet propter magnam ejus utilitatem, ut pateat quod sciri potest sine demonstracione melius et cercius quam cum ea. Dicere igitur quod si due quantitates inequales comparantur ad terciam, majoris ad eam est major proporcio, et illius ad majorem est minor. Si ergo intelligantur hii termini, scilicet major proporcio et minor, ut prius expositum est, et ponantur exempla in hiis numeris .6. .4. .2. patet hec proposicio manifeste, et quod hec noticia sit melior [quod] per demonstracionem planum est duabus de causis. Nam tam crudelis est demonstracio ejus quod unus homo habet satisfacere in ea pro una magna intencione, et vix potest ab aliquo intelligi, nec potest retineri memoriter, ergo nunquam dabit huic proposicioni noticiam placidam nec manentem. Et hoc patebit cum ponetur demonstracio ut ad oculum probetur, quod dum homo asspicit ad demonstracionem et negligit alium modum mentis nunquam sciet virtutem proposicionis, ut animus quiescat in luce delectabili veritatis. Ceterum forcior et |
D. f. 58 a 1. melior est cognicio per experienciam quam per argumentum, sicut patet in omnibus, ut si aliquis habeat argumentum quod ignis calidus et comburens, et alius habeat per experienciam, ille qui habet mille argumenta non fugiet combustionis periculum sicut ille qui modicam habet experienciam combustionis que alias fecit eum ⟨scire⟩. Set hec cognicio per exposicionem vocabulorum et per exempla in terminis et per adhibicionem lineacionis et figuracionis est

per experienciam, et illa quietat intellectum et remanet, quapropter hec est melior.

Si tu dicis mihi quod demonstracio facit scire, hoc dictum est ad differenciam aliorum argumentorum que non faciunt scienciam, non respectu experiencie. Si dicas quod Aristotiles vult primo *Methaphysice* quod experiencia non sufficit, immo quasi nichil valeat, dicendum est quod loquitur de experiencia conclusionis que dicit quia est et absolute sine cognicione cause; hic autem loquor de experiencia conclusionis secundum causam. Non solum enim habetur cognicio cause per argumentum, set per experienciam. Causa autem quare est major proporcio majoris quantitatis ad terciam quam minoris est quia major continet illam terciam pluries, et hoc videmus per experienciam in exemplis ad oculum, ut in .6. et .4. comparatis ad .2^{m}., et ideo habetur per experienciam, causa queritur per demonstracionem. Et breviter et plane habetur quod ibi crudelissime et cum magna superfluitate stultissime investigatur, et si volumus dicere, hic habemus virtutem demonstracionis. Set non honus, nam per longissimas figuraciones et crudeles et per multiplex genus arguendi queritur causa istius conclusionis, cujus nutus est quod major pluries continet terciam quantitatem quam minor | quod in promctu hic habetur et sine difficultate, ut sensus *D.* f. 58 a 2. non valeat oberrare. Preterea istis demonstracionibus non utimur in rebus et scienciis set proposicionibus tantum, quarum eciam proposicionum usus non est propter se, set propter veritates scienciarum et rerum, ergo stultum est laborare tam vehementer circa hujusmodi demonstraciones, et maxime cum sciamus quod sint demonstrabiles et quod autentice sunt et famose, ut nullus debeat dubitare de earum falsitate nec eis contradicere liceat propter auctoritatem, precipue cum quilibet qui novit aliquid dignum in mathematica poterit eas demonstrare cum sue placuerit voluntati. Et preterea omnino debemus cessare a demonstracione cum omnes proposiciones mathematice communes et ille que in geometrica et arsmetrica continentur, quia de hiis specialiter loquitur. Sunt principia ad omnia demonstrandum

que sunt in scienciis et rebus, et sic habent utilitatem maximam, et nullam fere ut sunt conclusiones, sicut quilibet sapiens considerat; quapropter non sunt digne secundum se labore demonstrandi, set vitande sunt demonstraciones nisi in casibus assignatis. Et iterum patet per principia, nam nullus mathematicus, non discipulus nec magister, potest dubitare de principiis nec eis contradicere postquam dictam cognicionem per experienciam habuerit, scilicet per cognicionem terminorum et figuracionem debitam eis, et per exempla in numeris vel aliis; secundum quod competit, nec requiritur alia cognicio ab eo qui addiscit illas proposiciones que vocantur principia, et tamen scimus quod ad quodlibet principium sunt raciones et demonstraciones per vias methaphysice. Et Alhacen .2°. *Perspective* docet demonstrare hoc principium 'Omne totum est majus sua
D. f. 58 b 1. parte'. Si ergo discipulus in geometria | nollet acquiescere magistro donec adduceret ei demonstraciones ad principia, stultus esset, quare similiter stultus est quando petit demonstraciones ad conclusiones nisi propter aliquam causarum superius eductarum. Et certe nos scimus quod scienciarum omnium conclusiones et principia possent ordinari, sicut in geometria, et firmari conjunctum per argumenta cuilibet apta, eciam per demonstraciones secundum genus et naturam cujuslibet sciencie, ut in logica et gramatica et naturalibus et omnibus. Set stultum esset hoc, cum tamen sunt multe sciencie meliores, et maxime geometria et arsmetrica et communibus mathematice, de quibus precipue loquor in hac parte. Quapropter stultum est vacare hiis demonstracionibus nisi quando aliqua causa dictarum nos penitus constringat. Hec igitur sufficiant ad presens, nam quod plus requiritur apud methaphysicam invenitur, quia illa docet quomodo omnia habent probari et doceri, sicut in *tractatu meo methaphysico* manifeste declaratur.

(Capitulum sextum de quibusdam proposicionibus cum suis demonstracionibus.)

ET ostenso quod pauce proposiciones mathematice sufficiunt rebus et scienciis et pauciores demonstraciones, nunc eligende sunt hujusmodi proposiciones cum suarum demonstracionum raritate. Et quia conclusiones toti mathematice volo prius colligere, cum 'nata sit nobis via a communibus ad propria', non posite sunt per ordinem in libris autorum, ne tamen ignorentur, et lata eorum autenticata, et precipue verum afere demonstracionem signabo quamlibet juxta suum locum, ut per autores suos evidenciam recipiant et vigorem. Sique vero addere volo | que non sunt autentice, illas sufficienter declarabo *D.* f. 58 b2. ut nulla de eis dubium relinquatur. Proposiciones autem ille que sunt in .5[to]. Euclidis et eis consimiles sunt priores omnibus, quia figuris et numeris et omnibus rebus mathematicis conveniunt et ceteris rebus et scienciis mathematica mediante, quas ocultavit Euclides in loco non suo forsan propter indignos sua sapiencia, nec tamen studiosos possit latere, aut forsan magis propter alias causas quas in principio hujus voluminis circa opera sapientum explicavi. Non omnibus vero proposicionibus indigemus set aliquibus, nec illas omnes demonstrabo, set duas tantum. Ad alias vero ponam exposicionem faciliorem, de qua prius feci mencionem. Octavam autem demonstrabo propter unam causam decem dictarum, scilicet ut videatur crudelitas demonstracionum horribilis que in hoc libro regnat, ut hujusmodi dampnabilis consumpcio temporis evitetur. Conversam autem proporcionalitatem volo demonstrare quia non est multum difficilis, et quia proporcionalitas hec est utilis; et ne videatur principium cum sit conclusio, quia Euclides eam sicut alias non demonstrat, et licet non demonstret eversam, tamen quia hec proporcionalitas crudelis est secundum se et raro in usu, et patet ex permutata proporcione, adjuvante .19[a]. hujus quinti, et quilibet potest cum voluerit eam demonstrare, ideo supersedeo ad hoc

26 scilicet] set *MS.* 34 permutata] permitata *MS.*

tempus. Sit igitur proporcio *a* ad *b* sicut *c* ad *d*, volo ergo demonstrare quod erit *b* ad *a* sicut *d* ad *c*. Sumantur *e* ad *a* et *f* ad *c* equemultiplicia, similiter *g* ad *b* et *h* ad D. f. 59 a 1. *d* | equemultiplicia eritque per conversionem diffinicionis quantitatum in continuo proporcionalium, videlicet *e* et *g* itemque *f* et *h* similiter, se habeant in addicione et diminucione et equalitate. Intelligo tunc *b* primum, *a* secundum, *d* tercium, *c* quartum, sumpta sint ad primum et tercium *g* et *h*, itemque ad secundum et quartum equemultiplicia; et quia multiplicia primi et secundi, que sunt *g* et *e*, similiter se habent multiplicibus tercii et quarti, que sunt *h* et *f*, in adicione et diminucione et equalitate, erit per dictam diffinicionem proporcio *b* primi ad *a* secundum sicut *d* tercii ad ⟨*c*⟩ quartum, quod est propositum. Constat igitur modus arguendi qui dicitur proporcionalitas conversa.

'Si fuerint quotlibet quantitates aliarum totidem equemultiplices, aut singule singulis equales, necesse est quod admodum una earum ad sui comparem, totumque ex hiis aggregatum ad omnes illas pariter acceptas similiter se habere.' Sint quotlibet quantitates *abc*, aliarum totidem que sint *def*, equemultiplices unaqueque ad suam comparem, aut singule singulis sint equales, ita scilicet quod si ⟨*a*⟩ sit multiplex *d* ita *b* est multiplex *e*, et *c* multiplex *f*, vel si *a* est equalis *d*, quod similiter *b* sit equalis *e*, et *c* sit equalis *f*, dico quod sicut se habet *a* ad *d*, ita se habet aggregatum ex omnibus que sunt *abc* ad aggregatum ex omnibus que sunt *def*.

⟨*Capitulum septimum de aliis proposicionibus.*⟩

'Si fuerit primum secundi et tercium quarti equemultiplicia, ad primum vero et tercium multiplicaciones sumantur equales, erunt multiplex primi ad secundum atque multiplex tercii ad quartum equemultiplicia.' Sint .6. quantitates *a* prima, *b* secunda, *c* ⟨tercia, *d*⟩ quarta, *e* quinta, *f* sexta, D. f. 59 a 2. sitque *a* ad *b* et *c* ad *d*, itemque *e* ad *a* et *f* ad *c*, | equemultiplices, dico quod sicut *e* est multiplex ad *b*, ita *f* ad *d*.

25 ita] ut a *MS.*

'Si fuerint due quantitates quarum una sit pars alterius, minuaturque ab utraque ipsarum, pars erit reliquum reliquo atque totum toti equemultiplex.' Vel sic erit reliquum reliqui tota pars quota tota tocius. Sit quantitas *ab* tota quantitatis *cd* quomodo *eb* ipsius *ab*, minuaturque *ab* ex quantitate *cd* et sit residuum *f* ⟨*c*⟩ eritque *fd* equalis *ab*. Similiter quoque minuatur *eb* ex quantitate *ab* sitque residuum *ea*, dico quod quota pars est quantitas *ab* quantitatis *cd*, tota est quantitas *ae* quantitatis *cf*: et quod hec proponit in quantitatibus 19[a], proponit universaliter in omnibus totis, et ideo illa per hanc intelligenda est.

'Si due quantitates equales ad terciam quamlibet comparentur, earum ad illam erit una proporcio, itemque illius ad ambas proporcio una.' Nona est ejus conversa, que ex hac patet. Sint due quantitates equales *ab* que comparentur ad quamlibet terciam ut ad *c*. Dico quod eadem est proporcio *a* ad *c* et *b* ad *c*, itemque eadem *c* ad *a* et *c* ad *b*. Primum sic probatur: cum enim *c* sit consequens ad *a* primam et ad *b* terciam, ipsa erit in racione secunde et quarte. Sumam igitur *d* ad *a* primam et *e* ad *b* terciam equemultiplices, et sumam *f* quamlibet ex multiplicibus *c* que est secunda et quarta; et quia *a* et *b*, quarum sunt equemultiplices *d* et *e*, posite sunt equales, erit ut si *d* dividatur secundum quantitatem *a*, et *e* secundum quantitatem *b*, quod partes utrobique sint numero et quantitate equales, in numero quidem per ypothesim propter equalitatem multiplicacionis utrobique, quantitate autem per hanc | communem scienciam quociens oportuerit repetitam D. f. 59 b 1. que eidem sunt equalia sibi etc. Quia igitur prima ex partibus *d* est equalis prime ex partibus *e*, et secunda secunde et cetere ceteris. Suntque tot partes in *d* quot in *e*, erit per primam hujus *d* equalis *e*, quare aut ambe quantitates *d* et *e* sunt similiter majores *f*, aut similiter minores aut sibi equales. Arguitur igitur ex diffinicione incontinue proporcionalitatis 'que est proporcio *a* prime ad *c* secundam eadem est *b* tercie ad *c* quartam', quod est positum.

Secundum eodem modo probabis ordine converso, ut *c* ponatur prima et tercia, *a* vero secunda, *b* quarta, cum enim

quantitas *f* que est equemultiplex prime et tercie, sit aut similiter major quantitatibus *d* et *e*, que sunt equemultiplices secunde et quarte ; aut similiter minor aut eis equalis, erit per eandem diffinicionem proporcio *c* prime ad *a* secundam sicut ⟨*c*⟩ tercie ad *b* quartam, quod est secundum.

'Si due quantitates inequales ad unam quantitatem proporcionentur, major quidem majorem, minor vero minorem optinebit proporcionem, illius vero ad illas ad minorem quidem proporcio major, ad majorem vero minor erit.' Sint due quantitates inequales *a* et *bc* sitque major *bc*, et proporcionentur ad eandem quantitatem que sit *d*. Dico quod major est proporcio *bc* ad *d* quam *a* ad *d*, et quod contrarie major est *d* ad *a* quam *d* ad *bc*. Primum sic probatur : ponam *be* equalem *a*, et multiplicabo tociens *ec* quod proveniat major quantitas *d*, sitque *fg*, et sumam *kf*,
D. f. 59 b 2. ita multiplicem *be*, et similiter *h* ita multiplicem | *a*. Sicut *fg* est multiplex *ec*, eritque per primam hujus *h*, ita multiplex *a*, sicut *kg* est multiplex *bc* et eciam *h* equalis *kf* propter hoc quod earum equesubmultiplices que sunt *a* et *bc* posite sunt equales. Ponam quoque quod *h* non sit minor *d* set equalis aut major, tociens enim multiplicabo unamquamque trium quantitatum *ec be* et *a* equaliter, quod *fg* multiplex *ec* proveniat major *d*, et quod *h* multiplex *a* non proveniat minor eadem. Deinde tociens multiplicabo *d* quod proveniet quantitas major *h*. Sitque *m* prima quantitas multiplicium *d*, que sit major *h* : sub qua sumam maximam multiplicem *d* aut sibi equalem. Si *m* est prius in ordine multiplicium *d* que sit *b*, eritque ut *l* non sit major *b*, et constabit *m* ex *d* et *b* propter id quod omne multiplex constat ex proximo precedenti multiplici et simplo, ut triplum ex duplo et simplo, excepto primo multiplici quod constat ex bis simplo. Quia ergo *h* est equalis *kf*, non erit *kf* minor *l*, itaque *kf* et *d* non efficient minus quam *l* et *d* quare non efficient minus quam *m*. Et quia *fg* est major *d*, erit *kg* major quam *m*. Intelligo igitur quantitatem *bc* primam, *d* secundam, *a* terciam, *d* quartam, et quia ad primam et terciam sumpta sunt equemultiplicia,

21 minor] major *MS.*

scilicet *kg* et *h*; similiter quoque ad secundam et quartam equemultiplicia, immo idem in racione duorum quod est *m*, et addit *kg* multiplex prime super *m* multiplex secunde, non addit *h* multiplex tercie super *m* multiplex quarte, erit per diffinicionem majoris inproporcionalitatis major proporcio *bc* prime ad *d* secundam quam *a* tercie ad *d* quartam: quod est primum. Secundum probabis per eandem diffinicionem converso ordine, ut *d* sit prima et tercia, *a* secunda, *bc* quarta. Addit enim *m* multiplex | prime super *h* multi- *D.* f. 60 a 1. plicem secunde; non addit autem *m* multiplex tercie super *kg* multiplicem quarte; quare major est proporcio *d* ad *a* quam *d* ad *bc*: quod est secundum. Ex hujus autem demonstracionis modo patet sufficiencia diffinicionis majoris inproporcionalitatis quam posuit autor in principio *Quinti*. Nusquam enim est major proporcio quatuor quantitatum prime ad secundam quam tercie ad quartam, quin conti⟨n⟩gat aliqua equemultiplicia ad primam et terciam reperiri, que cum relata fuerint ad aliqua equemultiplicia secunde et quarte invenietur multiplex prime adde super multiplex secunde, non autem multiplex tercie super multiplex quarte. Hec autem multiplicia sic inveniemus, sicut demonstrabimus infra super decimam hujusmodi. Et similiter si ad aliquam illarum duarum tercie sit major proporcio illa erit minor, ut ad .4^{m}. .2us. habet majorem proporcionem quam ad .6^{m}. et ideo .4us. est minor.

'Si fuerint quantitatum proporciones alicui uni equales ipsas quoque sibi invicem equales ⟨esse⟩ necesse est.' Quoniam vero Thebit in libro suo *de Kata* facit magnam vim de proporcionibus .6. quantitatum quarum proporcio prime ad secundam componitur ex proporcione .3. ad .4^{am}. et .5te. ad .6^{tam}., et in hiis pulcra relucet consideracio, ponitur hic inter communia capitulum super hoc cui aliqua necessaria sunt et ideo hic premittentur.

⟨*Distinccio quarta de mediis proporcionalibus.*⟩

QUELIBET media proporcionalia earundem extremitatum sunt equalia. Sint *b* et *c* media proporcionalia inter *a* et *d*, tunc nisi sint equalia, sit *b* major quam *c* et *a*. Sit major

extremitas ergo *a*; plus superat *c* quam *b*, set *b* et *c* proporcionaliter superant *d* et superantur ab *a* cum sint media proporcionalia inter *a* et *d*, ergo *c* plus excedit *d* quam *b* excedit idem *d*, ergo *c* major est quam *b*. Contraria falsigraphicum, ergo stabit proposicio[nem]. |

D. f. 60 a 2. Si denominacio proporcionis quorumlibet duorum extremorum ducatur in secundum, producetur primum, quodcunque eorum dicatur primum, quia per diffinicionem denominacionis quantitatis divise ad dividentem divisio primi per secundum erit denominacio, ergo ducta denominacione in secundo producetur primum.

.2[a]. duobus quibuslibet interposito medio cujus ad utrumque duorum sit aliqua proporcio, componetur primi ad tercium proporcio ex primi ad medium et medii ad extremum proporcionibus. Sit enim inter *a* et *c*, *b* medium, sitque ipsius *b* ad utrumque eorum aliqua proporcio, erunt igitur ex diffinicione proporcionis *a b c* ejusdem generis, quare per conversam diffinicionem proporcionis inter *a* et *c* erit aliqua proporcio. Dico igitur eam componi ex ea que est *a* ad *b* et ex ea que est *b* ad *c*. Sit enim *d* denominacio ejus que est *a* ad *b*, et *e* ejus que est *b* ad *c*, *f* vero ejus que est inter *a* et *c*; quia igitur ex *f* in *c* fit *a*, et ex *e* in *c* fit *b*, per primam proporcionem erit per ydemptitatem proporcionis multiplicancium et productorum prius tactam *f* ad *e* ut *a* ad *b*, quare cum *d* sit denominacio proporcionis que est *a* ad *b*, erit eciam denominacio ejus que est *f* ad *e*; quare per eandem, scilicet primam proporcionem, ex *d* in *e* fit *f*. Quia igitur denominacio *a* ad *c* producitur ex denominacione *a* ad *b* et ex denominacione *b* ad *c*, erit per diffinicionem composite et producte proporcionis *a* ad *c* composita ex *a* ad *b* et *b* ad *c*.

Quotlibet mediis inter duo extrema positis erit proporcio extremorum ex omnibus intermediis composita. Sint enim inter *a* et *d* duo media *b* et *c*, dico tunc *a* ad *d* constare ex *a* ad *b* et *b* ad *c* et *c* ad *d*. Per precedentem enim constabit *a* ad *d* ex *a* ad *b* et *b* ad *d*. Set *b* ad *d* constat ex *b* ad *c* et *c* ad *d* per eandem, quare *a* ad *d* constat ex *a* ad *b* et *b* ad *c* et *c* ad *d*. |

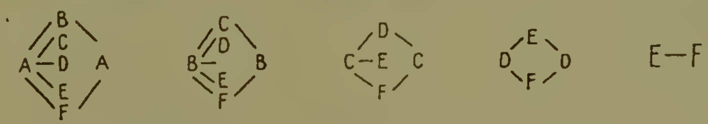
Si aliqua proporcio componitur ex duabus, ejus con- *D.* f. 60 b 1. versa componitur ex conversis. Sit *a* ad *b* composita ex *c* ad *d* et *e* ad *f*, dico quod *b* ad *a* componitur ex *d* ad *c* et *f* ad *e*. Tocius capituli hujus intencio de facili sic colligitur: sumptis quibusdam quantitatibus, si proporcio prime ad secundam componatur ex proporcione tercie ad quartam et ex proporcione quinte ad sextam, tunc cum sunt .30. proporciones ex comparacione cujuslibet istarum .6. quantitatum ad aliam, ut patet ex tabula prima. Quelibet illarum compone ex duabus proporcionibus inter .4. si prima est sic composita, nam illa est radix omnium aliarum, et hec est proporcio prime ad secundam. Set si consideremus ordinem .4^{or}. quantitatum quarumlibet datarum duabus amotis quarum proporcio debet componi ex proporcionibus aliarum .4., non est possibile quod sint ordines .4. quantitatum nisi .12. secundum veritatem differentes, sicut patet in tabula que continet illos ordines. Si igitur ymaginaverimus quamlibet dictarum proporcionum .30. componi quibuscunque modis, poterit fieri per ordinem .4. quantitatum ex quarum proporcione proporcio aliarum ductarum componatur, tunc ymaginabimur tricesies .12. et hujusmodi faciunt .360. composiciones, quare possumus ymaginari tot composiciones si .6. quantitatum proporcio primi ad secundum componatur ex proporcione aliarum .4. Set licet sic secundum ymaginacionem possumus estimare tot composicionum modos, scilicet .360., tamen solum possibiles secundum rei veritatem et utiles erunt .30. et omnes alie erunt inpossibiles et ita inutiles, quod patet sic. Nam .18. de illis triginta sunt solum utiles sicut autoritas Tebit et ejus consideracio demonstrativa docent; et ideo .12. residue erunt inutiles et inpossibiles. Set quelibet illarum .12. potest estimari componi .12. modis secundum ordines .4. quantitatum, et duodecies .12. sunt .144., | quare ex hac *D.* f. 60 b 2. parte .144. sunt inpossibiles. Preterea cum quelibet istarum .18. possit estimari componi .12. modis secundum illos .12. ordines .4. quantitatum, ut tactum est, non est possibile secundum veritatem quod componantur nisi duobus modis tantum de illis .12., ut Thebit dicit et ostendit. Qua-

propter evacuantur non solum .12. proporcionum inutilium composiciones de quibus prius tactum est, quarum quelibet possit estimari componi .12. modis, qui omnes congregati faciunt .144., set nunc secundo circa .18. utiles oportet evacuari cujuslibet istorum composicionem secundum .10. modos inutiles, et ideo evacuabuntur decies octies .10., qui sunt .180., quibus additis ad priores inutiles erunt de inutilibus .324., quare non remanebunt nisi bis decem et octo, qui faciunt .36., qui si addantur ad .324. erunt .360., ut a principio habitum est. De istis vero .18. novem sunt converse aliarum novem. Tebit vero omnes istos modos ostendit veraciter componi duobus modis, ut sint .36. omnibus collectis qui sunt utiles, set tamen in suo libro *de Fata* non tenet partitum, nam juxta suum modum probandi undecimum modum hic positum ponit .7°. loco et .12^{m}. in octavo, set hic ponuntur modi secundum evidenciam probacionis que hic currit. Ut cum .9. sunt converse aliarum priores .9. ostenduntur hic quod fiant duobus modis ut sint .18., et per .4^{am}. proposicionem patet quod si priores .9. duplicate sunt veraces, est et converse erunt vere, et ideo .9. converse duplicate sunt similiter possibiles si⟨cut⟩ .9. priores duplicate, et ideo erunt .30. utiles et possibiles et omnes alie inpossibiles.

Cum .6. quantitatum proporcio prime ad secundam composita fuerit ex proporcione .3^{e}. ad .4^{am}. et .5^{e}. ad .6^{am}. accidunt .360. species composicionum [quarum duarum comparatur possit esse .24. quoniam .5. et .9. sunt idem et .3.] non sunt secundum veritatem set secundum ymaginacionem. Nam tantum .36. sunt possibiles et utiles, omnes alie, scilicet .324., sunt inpossibiles sicut patet per Thebit in libro suo
D. f. 61 a 1. et currit demonstracio | super hoc sicut quilibet potest experiri. Ut tamen compendiosus hujus rei intellectus in promptu habeatur, considerandum quod proporciones istarum .6. quantitatum sunt .30., nam *a* comparatur ad reliqua .5., scilicet *b c d e f*, quinque modis in quibus *a* est primum extremum proporcionis, ut proporcio *a* ad *b* et sic ulterius, et .5. sunt converse proporciones in quibus *a* est

25–6 quarum . . . .3.] *insert. MS.*

secundum extremum .5. proporcionum; et ideo *a* comparatum ad alia facit .10. proporciones et *b* per consimilem racionem faciet octo, et has tantum que sumuntur respectu aliarum .4. quantitatum que sunt *c d e f* in quarum .4. *b* est primum extremum, et in conversis est secundum. Proporciones autem quas potest *b* ad *a* jam sumpte sunt per comparacionem *a* ad *b* et *b* ad *dc*, et per hanc viam *c* habebit sex proporciones et *d* .4. et *e* duas. Sunt igitur in universo .30., scilicet .15. prime in quibus sex quantitates per ordinem sunt prima extrema, et .15. converse sicut in hiis tabulis patet.



Si vero omnes iste .30. sive alique componantur ex proporcionibus .4. quantitatum, hoc eciam apud ymaginacionem poni non potest nisi .12. modis realiter diversis. Nam licet ordines .4. quantitatum ex quarum proporcione proporcio istarum duarum comparatur possint esse .24. quoniam .5. et .9. sunt idem, et .3us. et undecimus, et .12us. et .13us., et .6us. et .15us., et primus et .17us., et .7us. et .18us., et .10us. et .19us., et .16us. et .20us., et .4us. et .21us., et .14us. et .22us., et .2us. et .23us., et .8us. et .24us., sicut patet in hac tabula de ordine .4. quantitatum que sunt *c d e* et *f* ex quarum proporcionibus componatur proporcio *a* ad *b*. |

	1	c	d	e	f	*D.* f. 61 a 2.
	2	c	d	f	e	
	3	c	e	d	f	
	4	c	e	f	d	
9	5	c	f	d	e	
	6	c	f	e	d	
	7	d	c	e	f	
	8	d	c	f	e	
	9	d	e	c	f	
	10	d	e	f	c	
3	11	d	f	c	e	
	12	d	f	e	c	

19 .2us.] .3us. *MS.*

12	13	e	c	d	f
	14	e	c	f	d
6	15	e	d	c	f
	16	e	d	f	c
1	17	e	f	c	d
7	18	e	f	d	c
10	19	f	c	d	e
16	20	f	c	e	d
4	21	f	d	c	e
14	22	f	d	e	c
2	23	f	e	c	d
8	24	f	e	d	c

Prima linea continua ex figuris algorismi ab unitate ad .24. ponit numerum ordinum ymaginalium, et post hanc lineam ponuntur ordines quilibet indirecte sui numeri. Numeri vero extra posita ut .9. contra .5. et sic de aliis ostendunt qui ordines sunt idem, unde secundum rem non sunt nisi .12. ordines diversi et distincti ut patet in hac tabula que sequitur.

1	c	d	e	f
2	c	d	f	e
3	c	e	d	f
4	c	e	f	d
5	c	f	d	e
6	c	f	e	d
7	d	c	e	f
8	d	c	f	e
9	d	e	f	c
10	d	f	e	c
11	e	c	f	d
12	e	d	f	c

D. f. 61 b 1. Sicut vero sunt .12. ordines istarum .4^or^. quantitatum *c d e f* ex quarum proporcionibus componi debet proporcio que est *a* ad *b*, sic si ponamus *a* et *c* primas quarum proporcio componatur ex proporcionibus harum .4. quantitatum que sunt *b d e f* erunt .12. ordines istarum .4. secundum formam tabule nunc facte, et ex ordinibus istarum .4. *c d e f* et similiter in quecunque due quantitates istarum .6. ponantur prime quarum proporcio componatur ex proporcionibus aliarum .4. propter illarum .4^or^. erunt .12. ordines et ita cum sint .30. proporciones reperte inter illas .6. quantitates, et ⟨quia⟩ quelibet illarum potest poni in prima et potest estimari

componi ex proporcionibus aliarum .4., erunt triginta tabule quarum quelibet habebit .12. ordines secundum quatuor quantitates positas, unde si proporcio *e f* que est .15ma. de triginta ponatur prima et componi ex proporcionibus .4. quantitatum, ille .4. erunt *a b c d*, et habebunt ordines .12. Et sic est intelligendum quecunque prime ponantur quarum proporcio debeat componi ex proporcionibus aliarum .4., unde semper cuilibet proporcioni duarum quantitatum componende respondent .12. ordines residuarum .4. quantitatum que in tabula suprema habent poni sicut nunc sunt positi ordines .12. .4^{or}. quantitatum *c d e f*, ex quarum proporcionibus dicatur proporcio *a* ad *b* componi que posita est prima; quelibet igitur proporcio de .30. predictis potest estimari componi .12. modis sibi propriis qui inter .4^{or}. quantitates residuas possunt fieri. Et cum hec ita sint, tamen veritas non respondet estimacioni, nam solum .18. de illis proporcionibus .30. possunt componi, et adhuc nulla illarum .18. potest | componi omnibus illis modis .12., set *D.* f. 61 b 2.
solum duobus, scilicet primo et tercio; et quoniam .12. proporciones de illis .30. non possunt componi secundum aliquem istorum .12. ordinum .4. quantitatum qui in hac presenti tabula sunt positi, ideo duodecies .12. composiciones ymaginate sunt inutiles et inpossibiles, que sunt .144. Preterea .18. que possibiles sunt non possunt componi nisi duobus modis de istis .12. ordinibus .4. quantitatum, scilicet primo modo et tercio, et ideo decies octo decem composiciones sunt inpossibiles, que sunt .180., quibus additis ad priores inutiles, scilicet .144., erunt in universis inutiles .324., quare non remanebit de utilibus nisi bis .18. que faciunt .36., quibus additis ad priores inutiles, scilicet .324., erunt in summa per ymaginacionem .360. composiciones, licet secundum veritatem solum .36. sint utiles.

Et hec specialius considerando . . . .8. presentibus tactis; set .9. de primis sunt utiles ad composicionem et alie sex sunt inutiles. Erunt igitur .9. utiles et .6. omnino inutiles secundum .12. modos composicionum cuilibet respondentes, quare sunt secundum hoc .72. inutiles composiciones, et

16 .18.] .20. *MS.* 26 primo] isto *MS.* octo] octies *MS.*

cum .9. utiles predicte componi possunt duobus modis de .12. modis componendi, erunt .18. utiles. Quoniam vero non possunt componi aliis .10. modis illorum .12., erunt inutiles adhuc novies .10. que faciunt .90., quibus .90. additis ad priores inutiles .72., accrescunt inutiles .162.; et de conversis eodem modo sunt .18. utiles et .162. inutiles per sextam proposicionem que dicit: 'Si qua proporcio componatur ex duobus conversa componetur ex conversis'; *D.* f. 62 a 1. quapropter erunt inutiles bis .162., que sunt .324., ut | patet, et bis .18. utiles que sunt .36., ut hec computacio specialis ostendit priori ⟨loco⟩.

Considerandum igitur quod de primis .15. sunt .4. conclusiones. Una est quod 9. proporciones possunt componi. .2ª., quod .6. residue sunt omnibus modis inpossibiles componi. .3ª. est quod .9. utiles sunt possibiles componi duobus modis de .12. ordinibus. .4ª. consideracio est quod aliis modis .10. non sunt possibiles. Et alie .15. converse habent similiter .4. conclusiones per sextam proposicionem; quapropter visis conclusionibus .4. circa .15. primas proporciones possent⟨esse⟩conclusiones circa conversas. Prima autem conclusio et tercia sunt utiles, quia habent composiciones possibiles et utiles, et ideo de illis aliter dicendum est sub compendio. Novem igitur ille proporciones utiles ad componendum sunt *ab*, *ac*, *ae*, *bd*, *bf*, *cd*, *cf*, *de*, *df*. Proporcio igitur *a* ad *b* componitur duobus modis, scilicet primo et sexto de .12. ordinibus. Set primus modus supponitur pro radice, scilicet quod proporcio *a* ad *b* componatur ex proporcione *c* ad *d* et ex proporcione *e* ad *f*. Hanc enim supponit Tebit, qua data sequuntur omnes alie possibiles. Et statim sequitur ex hac composicione secunda composicio proporcionis *a* ad *b* que ⟨est .6.⟩ inter .12. ordines. Nam si proporcio *a* ad *b* componitur ex proporcione *c* ad *d* et ex proporcione *e* ad *f*, tunc eadem proporcio *a* ad *b* componetur ex proporcione *c* ad *f* et ex proporcione *e* ad *d*, et hoc est quod si proporcio primi ad secundum componatur ex proporcione tercii ad quartum et ex proporcione quinti ad sextum, tunc eadem proporcio primi ad secundum componetur ex proporcione tercii ad .6ᵐ. et ex proporcione

37 sextum] tercium *MS.* 38 .6ᵐ.] .2ᵐ. *MS.*

.5^{ti}. ad .4^{m}. super quod currit demonstracio in hunc modum. Ponam | enim inter *c* et *f* *d* et *e*, sic in figura

c
d
e
f

, quare D. f. 62 a 2.

per .4^{am}. de premissis conclusionibus proporcio *c* ad *f* erit composita ex proporcione *c* ad *d* et ex *d* ad *e* et ex *e* ad *f*, quare si ei proporcioni, que est *c* ad *f*, conjungam proporcionem que est *e* ad *d*, dicam quod hee due constabunt ex proporcionibus que sunt *c* ad *d*, et *d* ad *e*, et *e* ad *f*, et *e* ad *d*, quia proporcio *c* ad *f* valet tres primas, et proporcio que est *e* ad *d* valet seipsam. Set hee proporciones due que sunt *c* ad *d* et *e* ad *f* constant ex eisdem, scilicet *c* ad *d* et *d* ad *e* et *e* ad *f* et *e* ad *d* ut probabo, quare proporcio *c* ad *f* et *e* ad *d* sunt sicut *c* ad *d* et *e* ad *f*. Quod vero proporcio *c* ad *d* et *e* ad *f* constet ex proporcione *c* ad *d*, et *d* ad *e*, et *e* ad *f*, et *e* ad *d*, probacio: ponam enim inter *c* et *d* ipsam *d* et *e* sic:

c
d
e
d

; erit igitur per quartam proposicionem proporcio *c* ad *d* composita ex proporcione *c* ad *d* et *d* ad *e* et *e* ad *d*, quare si ei proporcioni, scilicet *c* ad *d*, conjungam proporcionem que est *e* ad *f*, constabunt iste due ex proporcionibus *c* ad *d*, et ex *d* ad *e*, et ex *e* ad *d*, et ex *e* ad *f*. Set ex eisdem et tot proporcionibus constabunt proporciones *c* ad *f* et *e* ad *d*, ut manifestum est quamvis prius ponebatur proporcio *e* ad *f* ante proporcionem *e* ad *d*, et nunc e converso. Set hoc non inpedit, quia eadem et tot sunt proporciones hinc et inde, quare per concepcionem hanc, que ex eisdem et tot sunt composita sunt eadem sive idem valent, proporcio *c* ad *f* et *e* ad *d* valebunt proporciones *c* ad *d* et *e* ad *f*. Si igitur proporcio *a* ad *b* componatur | ex proporcione *c* ad *d*, et *e* ad *f*, ut supponitur D. f. 62 b 1.
pro radice, eadem componetur ex proporcione *c* ad *f*, et *e* ad *d*, et ita probatur secunda composicio ex prima. Secundum vero quod proporcio prima que est *a* ad *b* componitur duobus modis, scilicet primo et tercio, positis in tabula que fit ex ordinibus istarum .4. quantitatum que sunt *c d e f*, sic

proporcio .2^{a}. que est: *a c* componetur duobus modis qui sunt de .12. ordinibus harum .4. quantitatum *b d e f*. Quoniam istarum .4. sunt .12. ordines sicut prius dictarum, scilicet *c d e f*, et sicut proporcio que est *a* ad *b* fuit composita solum duobus modis ordinatis in tabula facta ex *c d e f*, scilicet primo et sexto illorum modorum, similiter erit hic quod proporcio *a* ad *c* erit composita tantum duobus modis ordinatis in tabula facta de *b d e f*, scilicet primo et tercio modo. Nam suppono quod proporcio *a* ad *b* componatur ex proporcione *c* ad *d*, et *e* ad *f*, tunc sequitur quod proporcio *a* ad *c* componetur ex proporcione *b* ad *d* et *e* ad *f*, sicut Tebith dicit et demonstrat. Et quilibet potest experiri quod hec proporcio *a* ad *c* non solum componetur hoc modo, qui est primus in sua tabula continente .12. ordines harum .4. quantitatum *b d e f*, set componetur tercio modo hujus tabule, scilicet ex proporcione *b* ad *f* et *e* ad *d*, nam universaliter istud tenet de omnibus proporcionibus componendis: 'Quod si proporcio prime ad secundam componetur ex proporcione tercie ad .4^{tam}. et ex proporcione .5te. ad sextam, tunc eadem proporcio prime ad secundam iterum componetur ex proporcione .3^{e}. ad .6^{am}.
D. f. 62 b 2. et .5^{e}. ad .4^{am}'., | vocando primam quantitatem et secundam inter quas assignatur proposicio componenda, ita quod prima sit primus tercius illius proporcionis ut *a*. et in hac tercia composicione proporcionis et in quarta similiter est prima et *c* secunda et *b* tercia et *d* quarta et *e* quinta et *f* sexta, nec est aliud in hiis duabus composicionibus et in primis variatum, nisi quod in prioribus *b* fuit secunda quantitas et *c* tercia, nunc est e converso. Et consimilis omnino demonstracio elicit .4^{am}. composicionem ex .3^{a}. sicut secundam ex prima, positis mediis convenienter in extrema secundum formam prescriptam, ut nunc inter *b* et *f* ponenda sunt *d* et *e* sicut prius inter *c* et *f*, atque inter *b* et *d* ponenda sunt *d* et *e* sicut prius inter *c* et *d*, et fiet demonstracio ut prius. Cum igitur de .15. primis proporcionibus componendis novem sint possibiles, et quelibet potest componi duobus modis composicionum, ut sic, sint .18. composiciones circa .9. proporciones, ille composiciones que sunt in inpari

loco omnes preter primam habent denominaciones proprias et principale, ut .3ª. composicio et .5ª. et .7ª. et .9ª. et undecima et .12ª. et .15ª. et .17ª. Prima autem non demonstratur set supponitur pro radice omnino, quia nisi illa daretur non possent alie haberi. Composiciones autem que sunt in loco pari ut .2ª., .4ª., .6ª., .8ª., .10ª., .12ª., .14ª., .16ª., .18ª. non habentur demonstracionibus propriis set una communi per quam habetur secunda composicio ex prima. Per eandem enim viam habetur quelibet que est in loco pari ex composicione in pari si terminibus assignentur.

Sic igitur habentur .9. proporciones composicione duplici modo composicionis, et non possunt aliis modis componi, sicut autoritas et demonstracio docent et quilibet potest experiri. |

Unde evacuantur nonies decem composiciones ymaginate *D.* f. 63 a 1.
que sunt .90., ut prius dictum est, et sex proporciones residue de .15. primis, que sunt *a* ad *d*, *a* ad *f*, *b* ad *c*, *b* ad *e*, *c* ad *e*, *d* ad *f*, non possunt componi aliquo modorum composicionis sicut demonstracio et autoritas probant. Quare evacuantur sexties .12. composiciones que sunt .72., quibus additis ad priores sunt .162. composiciones inutiles et inpossibiles. Et quoniam inutiles sunt et inpossibiles non oportet circa eas tempus amitti, precipue cum autoritas sit ad hoc et demonstracio aperta est cuilibet. De conversis vero .15. proposicionibus satis dictum est, et patet quod idem est judicium sicut de primis .15., et ideo circa has non est amplius laborandum. Ex omnibus autem hiis una conclusio elicienda est que continet in se .36. conclusiones particulares, et hec conclusio utilis est composita et condicionialis, cujus antecedens est prima composicio prime proporcionis que est 'Inter duas primas quantitates de sex quantitatibus positis', et est hoc antecedens quod proporcio *a* ad *b* composita est ex proporcione *c* ad *d* et *e* ad *f*, ex quo sequitur consequens quod continet in se .35. composiciones, nam ex hac posita pro radice sequuntur omnes alie, et quilibet potest eadem invicem colligere et simul inferre ex prima. Set nulla de hoc utilitas est, propter quod dimitto. Hee igitur de *utraque translacione libri* Tebit

de hac materia estimavi colligende, ut hoc tantum habeatur pro memoriali cum sufficiat cuilibet ad plenam intelligen-
D. f. 63 a 2. ciam omnium eorum | que sunt de hac materia.

⟨*Capitulum secundum continens proposiciones necessarias.*⟩

'OMNE parallelogramum rectangulum sub duabus ⟨lineis⟩ continens angulum rectum ambientibus dicitur contineri.' Specie non numero ne videatur derogare ultime peticioni, scilicet 'duas rectas lineas superficiem nullam concludere', ibi enim duas appelat numero, hic specie. *ab* namque et *cd* cum sint equales, quasi una reputantur, similiter quoque *ac* et *bd* siquidem *ad* per ablacionem continetur *lineis ab*, *ac*, quia hinc *ab cd* equales, inde *a c b d* terminos claudunt.

'Omnis parallelogrami spacii eaquidem que diametros per medium secat parallelograma circa eandem diametrum consistere dicuntur; eorum vero parallelogramorum que circa eandem diametrum consistunt, quodlibet unum cum duobus suplementis gnomo nominatur.' Omnis parallelogrami spacii ut hujusmodi *abcd*, ea parallela ut *g* et *f* etc., quorum quodlibet cum duobus suplementis ut *f* cum *e*, *h*, gnomo dicitur.

'Si fuerint due linee quarum una in quotlibet partes dividatur, illud quod ex ductu unius earum in alteram fiet, equum erit hiis que ex ductu linee indivise in unamquamque partem linee particulatim divise rectangula producentur.' Si fuerunt due linee ut *ef* et *ec*, illud quod fit ex ductu, ut hec superficies *cdef*, equum est hiis, ut *ab*, *ag*, *ai*, que predictam complea⟨n⟩t superficiem quorum quodlibet fit ex ductu indivise, scilicet *ec* in aliquam partem divise, secundum .34^{m}. *Primi*, quia terminis seccionum undique equedistantes indivise eriguntur.

'Si fuerit linea in partes divisa, illud quod ⟨fit⟩ ex ductu tocius linee in seipsam equum erit hiis que ex ductu ejusdem
D. f. 63 b 1. in | omnes suas partes.' Minor superficies qua dividi fit ex ductu linee divise in minorem partem sui, major ex ductu ejusdem in majorem partem sui, quia omnia latera quadrati equalia et hee due superficies inplent superficiem quadrati,

ut non excedant nec extendantur ab illa, et sic patet propositum. Nota quod hoc proponit in quadrato quod superior in longilatero.

'Si fuerit linea in duas partes divisa, illud quod ⟨fiet ex ductu⟩ tocius in alterutram parcium equum erit hiis que ex ductu ejusdem partis in seipsam et alterius in alteram.'

'Si in duas partes linea fuerit divisa illud quod fit ex ductu tocius in seipsam equum erit hiis que ex ductu utriusque partis in seipsam et alterius in alteram bis. Ex hoc itaque manifestum est quod in omni quadrato due superficies quas dyametros secat per medium sunt ambe quadrate.'

'Si linea recta per duo equalia duoque inequalia secetur, quod sub inequalibus tocius seccionis rectangulum continetur cum eo quadrato quod ab ea describitur que inter utrasque secciones equum est ei quadrato quod a dimidio tocius linee ⟨in se ducto⟩ describitur.'

'Si fuerint .4. quantitates proporcionales quod sub prima et ultima continetur equum erit ei quod sub duabus reliquis. Et si vero quod sub prima et ultima continetur equum fuerit ei quod sub duabus reliquis rectangulum continetur, 4 lineas proporcionales esse conveniet.'

'Si fuerint .3. quantitates proporcionales quod sub prima et .3ª. . . . continetur equale est quadrato medio', et convertitur.

'Si fuerint due quantitates superficiales similes, proporcio alterius ad alteram est tanquam proporcio sui cujuslibet lateris ad latus alterius relatum proporcio duplicata.' | 'Manifestum eciam ex hoc est quia omnium .3. quantitatum continue proporcionalium, quanta est prima ad .3ªᵐ. tanta erit superficies constituta super primam ad superficiem constitutam super secundam, cum fuerit ei similis in creacione et lineacione.' *D.* f. 63 b 2.

'Si fuerint uni quantitati superficiali similes quaslibet quantitates superficiales ⟨sibi invicem⟩ similes esse ⟨necesse est⟩.' Construatur hec proposicio sicut .10ª. *Quinti* circa quod acusativus absolute teneatur sub hoc tenore.

'Si fuerint quotlibet quantitates proporcionales, atque super binas ac binas superficies designentur similes, ipse quoque superficies erunt proporcionales', et e converso.

'Omnium duarum quantitatum superficialium equidistan-

cium laterum . . . rectarum proporcio alterius ad alteram est que producitur ex duabus proporcionibus suorum laterum.'

'Si a majore duarum quantitatum detrahatur minor, donec minus eo supersit, at deinde de minore ipsum reliquum donec minus eo relinquatur, itemque a reliquo primo reliquum secundum quousque eo minus supersit, atque in hujuscemodi ⟨continua⟩ detraccione nullus fuerit reliquus, qui ante relictum numeret usque ad unitatem, in discretis vel nichil simpliciter, illas duas quantitates incommensurabiles esse necesse est.'

'Propositis duabus quantitatibus communicantibus maximam eas mensurantem invenire. Unde eciam manifestum est quia omnis quantitas duas mensurans mensurat maximam quantitatem eas ambas numerantem.'

Si minor illorum majorem numeret patet quia ipse est quem queris; quod si non fiat mutua detraccio eorum predicto modo detrahendo, erit quod necessarium aut unitatem inveniri quod proximus aut relictum numerat quoniam posite sunt commensurales, quoniam aliter essent incommensurabiles, ut prior asserebat. Exemplum primi patet .4°. et quinto, exemplum secundi patet in .8. et .12. |

D. f. 64 a 1. 'Propositis .3. quantitatibus maximam eas mensurantem invenire.' Inveniatur primo maxima mensurans duas que si mensuret .3^{am}. ipsa est quam queris. Si autem non mensurat .3^{m}. inveniatur maxima que mensurat eam et .3^{am}., et ipse erit quem queris. Exemplum primi patet in hiis terminis .8. .12. .20.; exemplum secundi in hiis .8. .12. .18.

'Si quarumlibet duarum quantitatum utraque ducatur in alteram, que inde producentur erunt equales.'

'Si una quantitas in duas ducatur tanta erit duarum inde productarum altera ad alteram quanta duarum multiplicatarum altera ad alteram.'

'Si due quantitates unam multiplicent erit proporcio duarum inde productarum tanquam duarum multiplicancium.'

'Quantitates secundum quamlibet proporcionem minime mensurant quantitates que se secundum unam proporcionem, minor minorem et major majorem equaliter.'

'Si fuerint quantitates secundum unam proporcionem minime, ipse erunt adinvicem prime', et e converso.

'Si fuerint due quantitates incommensurabiles, si qua unam earum mensuret alteri incommensurabilis erit.'

'Si fuerint due quantitates incommensurabiles uni que ex ductu unius earum in alteram producetur ad eandem erit incommunicans.'

'Si fuerint due quantitates incommunicantes, que ex ductu alterutrius earum in seipsam producetur, alteri erit incommensurabilis.'

'Si duabus quantitatibus ad alias duas comparatas utraque utrique fuerit incommunicans, que ex duabus prioribus ad eam que ex duabus posterioribus producetur erit incommensurabilis.'

'Si fuerint due quantitates incommensurabiles ducaturque utraque in seipsam, erunt inde producte incommensurabiles. Item si in utramque harum productarum suum ducatur principium, erunt quoque inde producte incommensurabiles.' Eodemque modo indefinite omnium in se ductorum extremitates.

'Si fuerint due quantitates incommensurabiles que ex duabus coarctuatur utrique, erit incommensurabilis': et e converso. |

'Omnium duarum quantitatum superficialium communi- *D.* f. 64 a 2. cancium, est proporcio ⟨unius ad alteram⟩ ex laterum suorum producta proporcionibus.'

'Si inter duas quantitates quotlibet ⟨in⟩ continua proporcionalitate ceciderint, totidem inter omnes duas quantitates, eadem proporcione relatas ⟨cadere necesse est⟩.'

'Si quantitatum continue proporcionalitatis quelibet in seipsam ducatur, que inde producentur sub continua proporcionalitate esse: quod si in sua producta principia sua ducantur, inde quoque productos continue proporcionalitatis esse necesse est, idem quoque in omnibus hoc modo productis extremitatibus.'

'Si aliqua quantitas numeret aliam, latus quoque suum latus illius numerabit': et e converso.

'Si aliqua quantitas cubica aliam numeret, latus quoque suum latus ejusdem numerare conveniet.' |

⟨Distinccio quinta de medietatibus: capitulum primum de utilitatibus istarum medietatum.⟩

D. f. 65 a. EXPEDITIS hiis que exiguntur ad proporciones et proporcionalitates quibus mathematica communiter utitur, nunc volo subjungere ea que ad medietates requiri debent secundum formam. Set quoniam hujusmodi sunt multitudini extranea, ideo aliquas utilitates istarum medietatum quibus magis alliciam breviter annotabo. Quoniam autem in geometrica medietate est in omnibus terminis eadem proporcio, et in arsmetrica major proporcio est in minoribus terminis, et in musica major proporcio est in majoribus terminis ut patuit ex predictis, ideo 'geometrica medietas popularis quodammodo ⟨et⟩ exequate civitatis est', ut dicit Boecius. 'Nam vel in majoribus vel in minoribus equali omnium proporcionalitate componitur, et est inter omnes paritas quedam medietatis equum jus in proporcionibus conservantis, et arsmetrica rei publice comparatur que paucis regitur idcirco quod in minoribus ejus terminis major proporcio sit. Musicam vero medietatem optimatium dicunt esse rem publicam, eo quod in majoribus terminis major proporcionalitas invenitur'; nam sic arsmetrica medietas pertinet ad totam rem publicam, musica ad eos qui president et gubernant, geometrica populum respicit exequatum. Et per hoc patet quod geometrica medietas respicit leges communes juris et pacis et honestatis in quibus omnes tam majores quam minores conveniunt, musica vero ad speciales prerogativas majorum refertur, arsmetrica consistit in comparacione majorum ad minores secundum regiminis dignitatem. Et sic in moralibus et cujuslibet rebus magnam optinent hee medietates potestatem ut a principio tactum est. Atque si alcius ascendamus ad veritatem dignissimam beate trinitatis quam incomplete philosophia explicat, licet multa de hac dicant philosophi ut Aristotiles et Plato et multi. Et cujus fides Cristianorum completam dat sentenciam, inveniemus omnes istas medietates in proprietatibus personarum gloriose trinitatis. Nam

10 arsmetrica] armonica *MS.* 14 Boicius *hic et postea MS.* 34 Et] ex *corr.* Et *MS.*

cum geometrica medietas est quando est eadem proporcio primi ad secundum et secundi ad tercium, racio hujusmodi medietatis per omnimodam equalitatem et unitatem essencie in beata trinitate reperitur, et in omnibus essencialibus ut sunt potencia, sapiencia, bonitas, et hujusmodi que referuntur ad essenciam. Nam credimus et firmiter tenemus quod qualis est pater, talis est filius et talis spiritus sanctus, et cum arsmetrica medietas consistat in ydemptitate differenciarum, hic invenitur per hoc quod differencia patris ad filium est quod pater dat et non accipit, filius e contrario; et hec eadem est inter filium | et spiritum sanctum, nam filius dat *D.* f. 65 b. et non accipit, spiritus sanctus et e contrario. Quoniam autem armonica medietas consistit in ydemptitate proporcionum primi ad tercium et differencie primi et secundi ad differenciam secundi et tercii, sic que est proporcio patris ad spiritum sanctum, quoniam equalitas eadem est inter differencias quoniam hec differencia tota, scilicet dare et non accipere a parte patris et accipere et non dare a parte filii, equatur toti differencie alteri quoniam filius dat et non accipit a spiritu sancto, et spiritus sanctus accipit a filio et non dat ei. Hec autem ultima, quia de moralibus secundum Boecium facta est mencio, dignum duxi dictis ejus adjungere, et propter medietatum virtutem mirabilem, cum tamen a vulgo studencium nichil percipiuntur valere, et a paucis sapientibus magna utilitas eis ascribitur. Set cum ad gloriam creatoris aptantur convenienter et ad rei publice salutem et pacem et anime racionalis dignitatem, ut tactum est, necesse est cum ad tanta magnifica possunt convenienter aptari quod omnia que hiis inferiora sunt sue condicione nature potestas medietatum penetrabit propter necessitatem, judico aliqua de hiis debere presentibus annotari.

Et quoniam dictum est prius que et quot sunt medietates principales, nunc volo proprietates earum inferre, et adjungo aliquas explanaciones medietatum collateralium de quibus sola mencio facta est superius. Quoniam vero ostensum est prius quod omnia geometricalia sunt preponenda, ideo sicut in aliis nunc prefero proprietates

36 ostensum] *corr. from* onorosum *MS.*

geometrice medietatis, cujus natura requirit idemptitatem proporcionis ubique cum diversitate differenciarum terminorum adinvicem ut .4. .2. .1., sicut prius habitum est. Set posset obici cum geometrica medietas sit geometrica proporcionalitas, ut prius habitum est, ergo superfluit hic de ea determinare. Dicendum quod non : quia in superioribus actum est de proporcionalitate geometrica principaliter respectu quantitatum de quibus probatur et in quantum proporcionalitas, et hic autem per comparacionem suorum terminorum adinvicem in quantum habet medium et extrema, et ideo in quantum medietas est. Et licet unum et idem dicatur proporcionalitas et medietas, tamen diversis racionibus, ut superius explicatur, proprietates autem proprie seu passiones que de ista medietate demonstrari possunt sunt hujusmodi: prima est, secundum Boecium et Jordanum, quod differencie terminorum habent proporcionem quam habent termini. Si enim termini sint contra se dupli, tunc sunt differencie contra se duple, ut .4. .2. .1. Nam binarius est prima differencia et unitas *D.* f. 66 a. secunda, et binarii ad unitatem est | dupla proporcio et sic de aliis proporcionibus.

Secunda est a Boecio posita, quod in terminis adinvicem duplis omnis ad minorem major terminus comparatus ipsum minorem terminum retinet pro differencia, namque positis .4. .2. .1. quaternarius differt a binario per binarium, et binarius ab unitate per unitatem. Et in triplis major terminus differt a minore per illum duplicatum ut .9. .3. .1.; ternarius duplicatus facit senarium qui est differencia inter novem et tria, et unitas duplicata facit binarium, qui est differencia ternarii et unitatis. Si vero sint quadruplices, tunc triplicato minore termino major terminus a minore distabit, et si quintupla sit proporcio, major differet a minore per minorem quadruplicatum, et si sestupla tunc differencia erit per minorem quintuplicatum et sic ulterius. De hoc non facit Jordanus mencionem.

Tercia quam ponit Boecius est quod tribus terminis positis in hac medietate quod sub extremis continetur, equatur

23 terminis *MS.*

quadrato medii, et in hoc concordat Jordanus in *secunda conclusione* ut .8. .4. .2. Sub extremis enim continentur .16., id est, ex ductu unius in aliud secundum diffiniciones superius datas, et quadratum .4. est .16. Set Boecius addit quod .4. terminis in hac medietate dispositis, illud quod sub extremis continetur equale est ei quod sub mediis, ut .2. .4. .8. .16. Nam sub binario et .16. continentur .32., et sub mediis similiter, nam quater .8. sunt .32. Et si .5. accipiantur ut .2. .4. .8. .16. .32., quod sub extremis continetur ut .64., equale est quod sub extremis residuorum terminorum, ut quater .16., nam faciunt .64., et ulterius considerando facile inveniet quilibet quid requiratur.

Et quarta proprietas quam ponit Jordanus in *tercia conclusione* est quod in hac medietate extremi duo conjuncti majus sunt quam medius duplicatus, ut duo .4. .8.; si componantur adinvicem binarius et octonarius faciunt .10., et quaternarius duplicatus non facit nisi .8.

Et quinta quam volo hic ponere est *quinta* Jordani, scilicet, si quotlibet numeris in hac medietate sumptis totidem alii ejusdem proporcionis majores majoribus addantur, compositi quoque in eadem medietate erunt dispositi ut si ponantur numeri isti .8. .4. 2., et alii ejusdem proporcionis sumantur, scilicet .12. .6. .3. et .12. et .8., jungantur atque .6. et .4. et .3. et .2. fient .20. .10. .5. qui sunt in eadem medietate dispositi.

Sexta potest considerari penes hoc quod duo numeri superficiales non possunt secundum geometricam medietatem habere nisi unum medium, quia duo solum habent | intervalla, unum inter primum et medium et alium inter *D.* f. 66 b. medium et postremum, sicut superficies duas habet dimensiones. Set corporales numeri possunt habere duo media quia habent tria intervalla ad similitudinem trine dimensionis corporalis. Si vero accipiantur duo numeri superficiales quadrati, ut .9. et .4., non habebunt nisi sextarium medium medietate geometrica. Nam que est proporcio .9. ad .6. est .6. ad .4. quoniam sexquialterus, et non potest esse aliud medium. Set inter duos cubos ut .27. et .8. sunt duo

32 trine] *corr. from* terne *MS.* 37 27] *corr. from* 37 *MS.*

media, scilicet .18. et .12.; nam que est proporcio .27. ad .18. est .18. ad .12. et .12. ad .8.; ubique enim est sexquialterus. Alias conclusiones Jordani de hac medietate non curo ponere, quia nec utilitatem habent quam quero nec pulcritudinem, et quomodo inveniatur hec medietas, ut Boecius docet, in numeris multis quadratis et altera parte longioribus ad presens omitto.

Secundum capitulum (de arsmetrica medietate).

ARSMETRICA vero medietas consistit penes idemptitatem differencie inter quoscunque terminos datos, non observata proporcionis conveniencia, unde sicut prius dictum est, in hac medietate est similitudo proporcionum secundum concordiam differenciarum et non est similitudo proporcionum adinvicem. Dupliciter enim possunt proporciones convenire quoniam vel quando sunt similes secundum se vel quando conveniunt cum simili differencia terminorum, et hec est in omnibus tribus numeris continue sumptis ab unitate usque in infinitum et in multis aliis discontinue sumptis.

Set prima proprietas istius medietatis est quod sumpto ordine naturali numerorum continue, erit unitas semper differencia, ut incipiendo ab unitate sic .1. .2. .3. .4. .5. .6. .7. .8. .9. .10. Set si in hoc ordine tres semper accipias per omissionem unius inter primum et secundum, et per omissionem alterius inter secundum et tercium, tunc est binarius differencia, ut si sumam unitatem et ternarium et quinarium. Si vero omittam duos semper inter terminos sumptos, tunc erit ternarius differencia, ut si sumam unitatem et .4. et .7. Si tres omittam inter terminos erit quaternarius differencia, ut .1. .5. .9. et sic ulterius.

Secunda proprietas est prima Jordani et quarta Boecii vel magis quinta. Si fuerint tres numeri vel quotcunque in arsmetrica medietate dispositi, erit majoris ad medium minor proporcio quam medii ad minimum et semper in majoribus terminis est minor proporcio et in minoribus major ut .4. .3. .2.: inter .4. et tria est sexquitercia proporcio et inter .3. et .2. est sesquialtera, que est major quam sesquitercia.

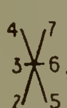
Et tercia est quod in hac medietate tribus terminis constitutis, si conjungas extrema, medium erit medietas tocius ex extremis | aggregati, ut .4. .3. .2. quoniam aggregatur *D.* f. 67a. senarius, cujus ternarius est medietas.

Si vero .4. termini in hac medietate disponantur, tunc duo media aggregata equantur extremis aggregatis ut .4. .3. .2. .1.; extrema enim faciunt .5. et media similiter aggregata. Potest esse quod in hac medietate quadrata extremorum duplum sunt quadrato medii et quadrato differencie, ut .4. .3. .2., nam quadrata extremorum sunt .16. et .4., que faciunt .20., quadratum medii est nonarius, et quadratum differencie est unitas, quia semel unum unum est, que faciunt .10., et .20. sunt duplum ad .10.

Quinta est quod illud quod sub extremitatibus continetur minus est quadrato medii ⟨per⟩ quod sub differenciis continetur, ut .3. .5. .7. Nam ter septem faciunt .21., et quadratum .5. est .25., quod est plus quam .21. per .4., qui continetur sub duobus binariis qui sunt differencie.

Sexta est si extremus est duplex extremo, erit medius differencie triplus, ut .4. .3. .2., nam ternarius est triplus ad unitatem que est differencia, et e contrario, scilicet, si extremus extremi est triplus, erit medius differencie duplus, ut .9. .6. .3., nam sextarius est duplus ad ternarium qui est differencia. Quod si alter extremorum sit majus duplo alterius, erit medius minus triplo differencie, ut .7. .5. .3. Nam .7. est majus duplo ternarii, et quinarius est minus triplo differencie, que est binarius. Et e contrario, scilicet, si alter extremorum est minus duplo alterius, erit medius majus triplo differencie, ut .5. .4. .3. Nam .4. excedit triplum unitatis que est differencia.

Septima est si sumptis quotlibet numeris in hac medietate alii totidem eandem habentes differenciam majores minoribus conjungantur, numeros equales provenire necesse est,

ut 

, nam undique .9. consurgunt.

Octava si quotlibet numeri hujusmodi medietatis aliis totidem sive equalibus sive in eadem medietate sumptis

minores minoribus addantur, compositi quoque secundum eandem medietatem disponentur. Nam cum equales summantur, ut .4. .3. .2., .4. .3. .2., fiet .8. .6. .4. qui sunt in eadem medietate, ut patet. Si adhuc istis .4. .3. .2. addantur juxta formam dictam numeri in hac medietate ejusdem differencie, ut .7. .6. .5., fient undecim et .9. et .7., qui sunt in eadem medietate. Si eciam istis .4. .3. .2. numeri ejusdem medietatis diverse tantum differencie addantur, minores minoribus qui sint .5. .7. .9. fient .13. .10. .7. in eadem medietate.

Nona, si eis equales totidem auferantur sive ipsi ab equalibus subtrahantur, residui in eadem medietate invenientur:

	35	5	40	50	10
	31	5	36	50	14
D. f. 67 b.	27	5	32	50	18
	residui equalibus ablatis.	equales auferrendi.	primi dati.	equales a quibus ferri debet ablacio primorum datorum.	residui si ab equalibus primi auferantur.

Decima quam volo hic collocare est quod si quantumlibet numeri hujus medietatis secundum eundem numerum vel multiplicentur vel dividantur, erunt dividencia et producta in hac medietate eodem ordine continuata; ut si .8. .6. .4. per binarium multiplicentur fient .16. .12. .8. in eadem medietate, si vero idem numeri dati dividantur per binarium, exibunt .4. .3. .2. qui sunt in eadem medietate.

Capitulum tercium de armonica medietate.

Nunc dicendum est de armonica seu musica medietate, cujus racio consistit in idemptitate proporcionis majoris termini ad minimum et differencie primi ad medium, ad differenciam medii ad ultimum, ut .6. .4. .3. Nam inter .6. et .3. est dupla proporcio, et inter binarium qui est priorum differencia et unitatem que est differencia medii et ultimi est dupla proporcio similiter. Dicunt ergo Jordanus et Boecius quod ordinatis tribus terminis in armonica medietate erit maximi ad medium major quam medii ad minimum proporcio, nam inter .6. et .4. est sexquialtera, et inter .4. et .3.

est sexquitercia, et sexquialtera, ut dicit Boecius, major est quam sexquitercia trium quantum pars tercia medietate transcenditur.

Et secunda proprietas est quod in eadem medietate duo extremi conjuncti magis medio duplicato efficient, nam .6. et .3. aggregati faciunt .9. set quaternarius duplicatus non facit nisi .8.

Et tercia proprietas est quod in hac medietate quod continetur sub extremis est quantum quadratum medii cum eo quod sit ex differencia in differenciam, ut ex ductu sextarii in ternarium fiunt .18. et quadratum quaternarii est .16., ex ductu vero binarii qui est prima differencia in unitatem que est secunda proveniunt duo, que duo juncta .16. sunt .18.

Quarta est quod illud quod fit ex medio in extremos duplum est ejus quod continetur sub eisdem, ut ex ductu quaternarii in senarium fiunt .24., et ex ductu quaternarii in ternarium fiunt .12., que simul juncta faciunt .36., ex ductu autem extremi in extremum fiunt .18., que sunt medietas .36.

⟨*Capitulum quartum de aliquibus communibus.*⟩

NUNC dicendum de quibusdam communibus ad has medietates omnes vel plures. Si igitur tres numeri in arsmetrica medietate aliquem numerum numerent, ut .4. .3. .2. numerat .12., illi secundum quos illi numerant qui sunt .3. .4. .6. in armonica medietate invenientur, ut patet in hiis | exemplis. *D.* f. 68 a.

Et si tres numeri musice medietatis, ut .6. .4. .3., aliquem numerum numera⟨n⟩t, ut .12., illi secundum quos eum numerant, ut .2. .3. .4., in arsmetrica medietate disponentur.

Si vero tres numeri geometrice medietatis aliquem numerum numerent ut .8. .4. .2. numerant .16., illi secundum quos eum numerant, ut .2. .4. .8., in eadem medietate continentur.

Si inter duos numeros sumantur medii tres, unus secundum arsmetricam medietatem, et unus secundum geometricam, et tercius secundum armonicam, arsmetricum

27 musice] vmsice *MS.*

maximum et armonicum minimum, atque inter illos geometricum medium esse proporcionaliter est necesse; ut sumptis hiis terminis .40. et .10. inter quos secundum arsmetricam medietatem accipiantur .25. et secundum geometricam .20. et secundum musicam .16. patet quod que est proporcio .25. ad .20. est .20. ad .16., nam utrolibet est sexquiquarta.

Cum autem sciatur ex predictis quod discontinua proporcionalitas sit in .4. terminis ad minus, et est illa in qua non per omnes terminos necessario est eadem proporcio, licet aliquando hoc possibile, est aliqua discontinua geometrica et alia arsmetrica et alia musica ut patuit superius. Set geometrica discontinua maxima armonia apud Boecium et veteres vocatur, et apud Platonem in *Timeo* per hanc maximam armoniam anime racio constituitur. Maxima autem armonia vocatur quia in se continet arsmetricam et armonicam medietatem, ut in hiis numeris .12. .9. .8. .6. Nam hic que est proporcio .12. ad .9. est .8. ad .6. eo quod sexquitercia est utrobique. Et ideo hii numeri disponuntur secundum geometricam medietatem disjunctam sive discontinuam. Et hec continet in se arsmetricam et armonicam medietatem, nam inter .12. et .9. et .6. est arsmetrica medietas propter idemptitatem differenciarum et diversitatem proporcionis, et inter .12. et .8. et .6. est armonica medietas propter hoc quod ibi est eadem proporcio differenciarum et extremorum ut patet consideranti.

Capitulum quintum de collateralibus medietatibus.

De collateralibus medietatibus breviter est pertranseundum quia non sunt principales. Boecius vero invencionem harum sequitur, set Jordanus magis ordinem naturalem. Et ad eas que recitat Boecius addit unam Jordanus, unde sunt 8 collaterales et ideo undecim sunt in universo computatis collateralibus cum principalibus. |

D. f. 68 b. Primam vero ponit Jordanus, quando maximus se habet ad medium sicut differencia minorum ad differenciam majorum; et hec est tercia Boecii.

Secunda est quando medius ad minimum sicut differencia minorum ad differenciam majorum; et hec est secunda Boecii.

Tercia quando maximus ad medium sicut differencia extremorum ad differenciam majorum; et hanc non habet Boecius.

Quarta quando medius ad minimum sicut differencia extremorum ad differenciam majorum; et hec est septima Boecii.

Si vero respiciamus conformitatem apparentem inter modos continue ordinatos secundum quod habitum est, tunc ultima Jordani debet esse quinta, ut quando maximus ad minimum sicut differencia extremorum ad differenciam minorum, et hec est quarta Boecii, et propter evidenciam ordinis nunc posui hanc quinto loco quoniam ei conformis est quinta Jordani secundum formam precedencium, et hec est sexta et similiter sexta Boecii que dicit medii ad minimum proporcionem esse sicut differencia extremorum se habet ad differenciam minorum.

Septima hic, que est sexta Jordani et prima Boecii, quando maximus ad minimum sicut differencia minorum ad differenciam majorum.

Octava hic et septima Jordani et quinta Boecii quando maximus ad minimum sicut differencia extremorum ad differenciam majorum.

Hii duo modi ultimi non habent collateralem ei conformem ubi est comparacio medii ad minimum secundum aliquam comparacionem, sicut modi priores. Et iste collaterales habent aliquas proprietates, precipue de modo eliciendi eas ex principalibus, et quilibet habet suum modum proprium. Prima vero istarum elicitur a geometrica medietate ut docet Jordanus et est geometricis contraria, ut dicit Boecius, propter proporcionem differenciarum a minoribus ad majores conversam. Nam in geometrica est eadem proporcio majoris ad medium et differencie majorum ad differenciam minorum; non est unus contrarius alii quia aliunde est contrarietas et aliunde una ex alia elicitur.

Secundam similiter per suum modum proprium elicit Jordanus a geometrica, nam in geometrica sicut major terminus ad medium sic major differencia ad differenciam

minorum, ut que est proporcio .8. ad .4. est .4. ad .2. et quaternarius est differencia majorum ac binarius minorum, inter quos est proporcio sicut .8. ad .4., hic vero contrarie, quia sicut majores termini se habent, sic minorum terminorum differencia ad majorum differenciam comparatur.

Et preterea proprium ejus est quod illud ⟨quod⟩ continetur sub majore termino et medio duplum est eo quod sub utrisque *D.* f. 69 a. extremitatibus continetur, ut positis | terminis .5. .4. .2., nam quater .5. sunt .20., et bis 5. sunt .10.

Tercia per geometricam habetur, et quoniam eam non ponit Boecius, declaracio enim ejus pateat, sumptis tribus numeris in geometrica medietate ut .9. .6. .4. inter quos est sexquialtera proporcio, major differencia que est .3. a medio, scilicet a senario detrahatur, et remanet ternarius, qui si medio propositorum et minus adjungatur sic .6. .4. .3., nascetur hec medietas tercia. Nam maximus se habet ad medium sicut differencia extremorum que est .3. ad differenciam majorum que est binarius, quoniam sexquialtera proporcio est utrobique.

Quartam vero posuimus ab aliqua principalium elicere, set quibuslibet duobus terminis datis invenitur, quoniam inter quoslibet duos terminos et numerum ex eis compositum deprehenditur, ut docet Jordanus. Ut si ex .5. et .3. fiat .8., tunc ipsis dispositis per ordinem sic .8. .5. .3.; sicut medius se habet ad minimum sic differencia extremorum que est .5. ad differenciam majorem que est ternarius, nam utrobique est superbiparciens tercias.

Et illa que quinto loco posita est ad presens per geometricam medietatem elicitur.

Et sexta hic posita ex medietate geometrica extrahatur.

Septima per armonicam medietatem habetur; est autem quodammodo opposita armonice medietati quoniam in illa sicut maximus terminus ad minimum sic major terminorum differencia ad differenciam minorum. Hic autem e contrario quo ad differencias, nam sicut maximum ad ultimum sic differencia minorum ad differenciam maximorum. Et preterea est proprium hujus medietatis quoniam ⟨illud quod⟩

7 mediate *MS.*

continetur sub maximo termino et medio duplum est eo quod continetur sub medio et ultimo ; ut positis .6. .5. .3. sex quinquies .30. sunt, et quinquies tria sunt .15.

Octava habetur ex geometrica medietate.

Et sic pars prima mathematice in qua Communia posita sunt partibus specialibus finem habet, que vere et proprie debet dici *Tractatus elementorum et radicum*, quia in ea posita sunt communia omnibus que sequuntur.

NOTES AND CONJECTURAL EMENDATIONS

3\. 12. **Grece gramatice**: Edited Nolan, *The Greek Grammar of Roger Bacon* (Cambridge, 1902). Not contained in pp. 117–18 and 157, but see *Sec. Sec.* (fasc. 5), p. 3, *Op. Maj.* 1. 239, *Op. Tert.* 27.

31\. **versus falsi**: *ut supra.*

7\. 31. **Arismetice**: Edited Friedlin, *A. M. T. S. Boetii De Institutione Arithmetica libri duo* (Lipsiae, 1567), I. 1. p. 9. 6.

33\. **Et iterum**: *op. cit.*, p. 9. 7.

35\. **dicit**: *op. cit.*, p. 9. 26.

8\. 3. **dicens**: *op. cit.*, p. 7. 21.

19\. **oetius**: *op. cit.*, II. xlv. p. 141. 7.

26\. **Alpharabius**: Edited C. Baeumker, *Alfarabi ueber den Ursprung der Wissenschaft—de Ortu Scientiarum* (Beitrage 19. Heft 3. Münster, 1916).

Boecius: Printed Migne, *Patrologia Latina,* 65.

9\. 10. **Cassiodorus**: Edited Myers, *Cassiodori Institutiones* (Oxford, 1937, and in *P.L.* 70, c. 1151). The text used by Bacon is of the Δ group.

12\. **ait**: *op. cit.* 92. 5.

16\. **dicit**: *op. cit.* 131. 11.

18\. **infert**: *op. cit.* 131. 17.

21\. **quas merito**: *op. cit.* 132. 4.

27\. **dicens**: *op. cit.* 150. 12.

37\. **dicit**: *op. cit.* 141. 5.

10\. 3. **Ysidorus**: Edited Lindsay *Isidori Hispalensis Episcopi Etymologiarum sive Originum Libri xx* (Oxford, 1911). *P.L.* 81.

4\. **dicens**: *op. cit.* III. iv. 4.

8\. **Cassiodorus**: *op. cit.* 152. 16.

14\. **subjungit**: *op. cit.* 156. 4.

16\. **ne simplices**: *lege* solis eclipsia ne simplices.

18\. **Est eciam**: *op. cit.* 156. 19.

23\. **dicens**: *op. cit.* 129. 6.

14\. 18. **Liber Demonstracionum**: i.e. Posterior Analytics.

16\. 30. **Alpharabius**: *op. cit.*

17\. 3. **Alpharabius**: *op. cit.*

19\. **Alpharabius**: *op. cit.*

30\. **prodesse . . .**: Horace, *A.P.* 333.

32\. **Omne . . .**; *ut supra.*

28\. 6. **Euclidis**: Angulus corporeus vel solidus est quem continent anguli plani plures quam duo qui in una superficie sibi ad unum punctum angularem conveniunt (tr. Campanus).

14\. **Anaricus**: Edited Curze, *Anaritii in decem libros Elementorum Euclidis commentarii in interpretatione Gerardi Cremonensis.* (Lipsiae, 1899), pp. 12, 13.

35\. **Euclides**: Quando recta linea super rectam steterit duoque anguli utrobique fuerit equales eorum uterque rectus erit. Lineaque

linee superstans ei cui superstat perpendicularis vocatur (tr. Campanus; printed Venice, 1482).

34. 25. Boecius : de Consolatione v. pr. 6. 2.

35. 20. Jordanus : Edited le Fèvre, *In hoc opere contenta Arithmetica dicem libris demonstrata | Musica libris demonstrata quatuor | Epitome in libros Arithmeticos divi Severini Boetii | Arithmimachie ludus qui et pugna numerorum appellatur.* (Paris, H. Stephani, 1515). The first proposition of the first book is : Unitas est rei per se discretio, numerus est quantitas discretorum collectiva.

38. 9. Alpharabius : *op. cit.*

16. Alpharabius : *op. cit.* cap. 2.

42. 26. quidam : *sic MS.*, *lege* quidem.

43. 37. quinta : cf. cap. 4, *de Secretis Operibus* . . . (Brewer, p. 532).

48. 26. ludi Rithmimachie : described by le Fèvre, *ut supra*, 35. 20.

50. 37. Ysidorus : *op. cit.* III. xxvii. 1.

51. 32. dicitur : *op. cit.* (8. 26), c. 4, p. 19. Gestus autem sensui visus subjectus est, qui institutus est ad conformandum se metro et sono motibus consimilibus et comparationibus competentibus.

54. 21. de Ortu Scienciarum : *ut supra*, c. 4, a general statement.

56. 7. Avicenna : *Canon* i, fn. 3.

13. Boecius : *Instit. Music.* i. 1.

21. Boecius : *op. cit.* i. 1, p. 185. 27.

30. Boecius : *op. cit.*, *ut supra.*

36. ait : *op. cit.*, p. 186. 29.

57. 3. Empedocles : *op. cit.*, p. 185. 23.

19. Boecius : *op. cit.*, p. 185. 1.

65. 32. Alardus : i.e. Adhelardus. Quoted from *Elementa Euclides Demonstrationes et figurae l. i–ix cum prologo. MS.* Digby, 174, f. 99 b.

33. Boecius : Migne, *P.L.* 6. 1311.

34. edicione speciali : *v.* Introduction, Prologus l. 32, *MS. cit.* f. 99 b. 3.

66. 13. Anaricium : Anaritius, *op. cit.*, pp. 29 sqq.

69. 5. si una . . . : si aliqua res alicui superponatur . . . sibi invicem editio Campani.

32. Alardus : *MS. cit.*

70. 6. Anaricius : *op. cit.*, *v.* pp. 38-9.

71. 30. Bernelius : cf. Incipit prefatio libri Abaci quem junior Bruerlinus edidit Parisius. Printed in Ollieri's *Œuvres de Gerbert*, p. 357.

31. Scolasticus : i.e. Gerbertus, Pope Sylvester II. Libellus de Numerorum Divisione *inc.* Constantino suo Gerbertus Scolasticus, *œuvres*, p. 349.

72. 2. figuras : These fractions of unity are reproduced from a *MS.* Arundel 25. 124 (which no longer exists) copied by Halliwell in his *Rara Mathematica.* They are found in various forms, as in the early editions of Euclid xiv. prop. 8, the Basle 1588 edition of Bede i. c. 182, and in the modern editions of Gerbert.

78. 4. philosophi : cf. Isidore, *op. cit.*, XV. xv. 2 passim.

10. Alardus : *MS. cit.*, f. 99 a.

15. Gerbertum : *op. cit.*, *ut supra.*

82. 28. **Euclidem** : lib. v. def. 4. All Euclidean references are taken from the first edition of Campanus, Venice, 1482.
83. 4. **Boecius** : *op. cit.*, ii. 40.
24. **Boecius** : *op. cit.*, ii. 48, p. 156.
26. **Jordanus** : *ut supra*, 35. 20.
27. **Alardum** : *MS. cit.*, f. 99 a.
84. 11. **Alardus** : *MS. cit. supra.*
34. **continuam** : Boethius writes of disjuncta not discontinua.
86. 6. **Euclides** : v. def. 5.
87. 29. **Euclides** : v. def. 6.
97. 18. **Jordanus** : *Arith.* vi. 1.
98. 8. **atque** : *lege* quamquam id atque.
100. 27. **set** : *lege* set secundum.
102. 15. **diffinicio** : Jordanus, lib. vi. Euclid, viii. def. 1.
110. 33. **Euclides** : x. prop. 15.
111. 14. **Compotiste** : For these divisions see fasc. vi, p. 86 . . .
117. 24. **Oracius** : *Ars Poetica*, 335.
119. 24. **Anaricius** : *op. cit.*, p. 65.
125. 25. **Octavam** : Euclid v. 8.
126. 16. **Si fuerint** : v. 1.
29. **Si fuerit** : v. 3.
127. 1. **Si fuerint** : v. 5.
12. **Si due** : v. 7.
128. 6. **Si due** : v. 8.
129. 22. **Et similiter . . . minor** : This ending is not quoted by Campanus (in first edition of Euclid).
26. **Si fuerint** : v. 11.
28. **Thebit** : Kata and de Fata are corruptions of the title of the *Liber Thebit de figura alchata* which was translated by Gerard of Cremona. Another translation existed (p. 140. 1.).
132. 11. **Thebit** : *ut supra.*
29. **Thebit** : *ut supra.*
135. 33. The manuscript bas here a reference to a non-existent additional passage.
140. 4. **Capitulum secundum** : To this chapter a number of crudely drawn diagrams of no merit have been added in the margin.
6. **Omne** : Euclid, ii. def. 1.
13. ii. def. 2.
21. ii. prop. 1.
31. ii. 2.
141. 3. ii. prop. 3.
6. ii. prop. 4.
11. ii. 5.
16. vi. 15.
21. vi. 16.
23. vi. 17.
30. vi. 20.
34. vi. 21.
37. vi. 24.
142. 10. vii. 2.

142. 14. corollary.
21. vii. 3.
27. vii. 17.
29. vii. 18.
32. vii. 19.
34. vii. 21.
37. vii. 22.
143. 1. vii. 24.
3. vii. 25.
6. vii. 26.
9. vii. 27.
13. vii. 28.
19. vii. 29.
22. viii. 5.
25. viii. 8.
28. viii. 12.
34. viii. 13.
35. viii. 14.
144. 14. **Boecius** : *Inst. Arithm.* ii. 45; *ed. cit.*, p. 149. 11.
17. **arsmetrica** : *ut supra.* 149. 7.
19 **Musicam** : *ut supra*, 149. 9.
146. 15. **Boecius** : *op. cit.*, ii. 44. p. 149. 13.
150. 35. **Boecius** : *op. cit.*, ii. 50.
151. 1. **Boecius** : *op. cit.*, ii. 50.
152. 28. **Boecius** : *op. cit.*, ii. 53.
30. **Jordanus** : To the three principal Arith. Geom. Musc. he adds eight collaterales :
(1) Maximus ad medium : : differentia minimi ad differentiam majoris.
(2) Medius ad minimum : : diff. minorum ad diff. majorum.
(3) Maximus ad medium : : diff. extremorum ad diff. majorum.
(4) Medius ad minimum : : diff. extremorum ad diff. majorum.
(5) Medius ad minimum : : diff. extremorum ad diff. minorum.
(6) Maximus ad minimum : : diff. minor add diff^{n}. majorem.
(7) Maximus ad minimum : : diff. extremorum ad diff. majorum.
(8) Maximus ad minimum : : diff. extremorum ad diff. minorum.
153. 30. **Boecius** : *op. cit.* ii. 52.
154. 33. major *lege* majorum.
155. 5. **pars prima** : This, the end of *pars prima* of the earlier form, is really the end of *pars secunda* of the final form, as here printed.

AUTHORITIES QUOTED

PRINTED IN
GREAT BRITAIN
AT THE
UNIVERSITY PRESS
OXFORD
BY
JOHN JOHNSON
PRINTER
TO THE
UNIVERSITY